

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELO ESTOCÁSTICO DE PRODUÇÃO DE ENERGIA

USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES

CONSIDERANDO UNIDADES COM LIMITAÇÃO DE ENERGIA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

ELÉTRICA

Jorge Augusto GONZÁLEZ

Florianópolis , Setembro de 1991

MODELO ESTOCÁSTICO DE PRODUÇÃO DE ENERGIA
USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES
CONSIDERANDO UNIDADES COM LIMITAÇÃO DE ENERGIA

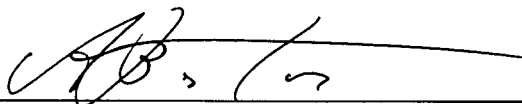
Jorge Augusto GONZÁLEZ

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM CIÊNCIAS

ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA , E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Hans Helmut Zürn , Ph. D.
ORIENTADOR

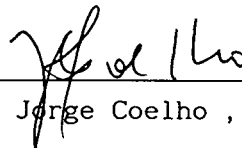


Prof. João Pedro Assumpção Bastos , Ph. D.
COORDINADOR do CURSO de PÓS-GRADUAÇÃO
de ENGENHARIA ELÉTRICA

Banca Examinadora :

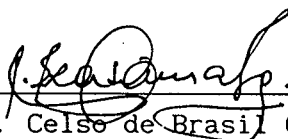


Prof. Hans Helmut Zürn , Ph. D.
PRESIDENTE



Prof. Jorge Coelho , D. Sc.

Prof. Marciano Morozowski Filho , M. Sc.



Prof. C. Celso de Brasil Camargo , M. Sc.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Hans Helmut Zürn , pela ajuda na orientação deste trabalho , especialmente pela sua paciência e compreensão .

A meus amigos Daniel , Hugo e José , que souberam compartilhar comigo a alegria de viver , e estar presentes nos meus momentos difíceis .

A meus pais , como gratidão por tudo que fizeram por mim.

A Nancy pela sua espera e seu carinho .

A todos os Professores e Colegas de Pós-graduação de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina , que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho .

À Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Ensino Superior (CAPES) , e a Universidad Nacional de Tucumán (UNT-Argentina) , pela sua ajuda financeira .

Aos habitantes do Brasil que fizeram me sentir , ao ritmo de sua música , como na minha casa .



..... porque a vida só se dá prá quem se deu , prá quem amou



prá quem chorou , prá quem sofreu

Toquinho e Vinícius de Moraes

RESUMO

Este trabalho visa o estudo e cálculo , no marco do planejamento da operação , da produção estocástica e índices de confiabilidade (Probabilidade de Perda de Carga e Energia Esperada Não Suprida) , de um parque de geração hidrotérmico formado por unidades geradoras com e sem limitação de energia , numa dada pilha de carregamento .

Para isso , foi desenvolvido um programa computacional que modela a demanda e as unidades geradoras (multiblocos-multiestados) como variáveis aleatórias independentes e constroi a curva de carga-duração equivalente (usando o conceito de cumulante e a série de Edgeworth tipo A), de onde se obtém os resultados buscados. O programa permite também a inclusão de unidades geradoras com limitação de energia na pilha geral de carregamento , seja em forma isolada , seja agrupadas (clusters).

Este modelo de produção estocástica se destina preferentemente a sistemas com predominância de usinas térmicas .

O tempo computacional necessário para o cálculo (que é o principal problema dos outros métodos), resulta muito baixo, e a precisão alcançada é boa , dependendo do tipo de parque gerador analisado .

ABSTRACT

The aim of this work is the study and calculation , within the frame of operation planning , of the stochastic production and reliability indices (Loss of Load Probability and Expected Unserved Energy) of a hydrothermal generation set , made up of generating units with and without energy limitations on a given loading pile .

For that objective , a computer program was developed , which models the demand and the generating units (multiblocs-multistates) as independent random variables , and using the concept of cumulant and the type A Edgeworth series , builds the equivalent load duration curve , from which the desired results are obtained . This program also allows the inclusion of generating units with energy limitation into the general loading pile , either in isolation or in clusters .

This model of stochastic production is preferentially designed for systems with thermal predominance .

The computational time necessary for the calculation (the main problem in other methods) is very short , and a good precision is obtained depending on the type of generating set under analysis .

ABREVIATURAS

CCD = Curva de Carga-Duração.
 CCDE = Curva de Carga-Duração Equivalente.
 Disp. = Disponibilidade.
 $\exp\{ . \}$ = exponencial .
 FDP = Função Distribuição de Probabilidade.
 fdp = função densidade de probabilidade.
 Indisp. = Indisponibilidade.
 SEP = Sistema Elétrico de Potência.
 UGs = Unidades Geradoras.
 USLE = Unidade geradora Sem Limitação de Energia .
 UCLE = Unidade geradora Com Limitação de Energia .
 v.a. = variável aleatória .

SIMBOLOGIA

X , Z = variável aleatória X , variável aleatória Z .
 α , γ = valores determinados das variáveis aleatórias X e Z respectivamente.
 $P[.]$ = número chamado Probabilidade .
 $F(\alpha)$ = Função Distribuição de Probabilidade da variável aleatória X
 no nível α .
 $f(\alpha)$ = função densidade de probabilidade da variável aleatória X contínua no
 nível α .
 $\alpha(\alpha)$ = função densidade de probabilidade normal padronizada .
 $p(\alpha_i)$ = função densidade de probabilidade da variável aleatória X discreta no
 nível α_i .
 η = expectância ou média .
 σ^2 = variância
 σ = dispersão .
 m'_r = momento de ordem r em torno de um ponto a qualquer .
 m_r = momento cru de ordem r (quando $a = 0$) .
 μ_r = momento central de ordem r (quando $a = \eta$) .

$M(\theta)$ = Função Geratriz de momentos .

$\Phi(\omega)$ = Função Característica de primeiro ordem .

$\Psi(\omega)$ = Função Característica de segundo ordem .

k_{rX_i} = Cumulante de ordem r da variável aleatória X_i .

γ_1 = assimetria .

γ_2 = excesso .

H_r = Polinômio de Hermite de ordem r .

P_D^{\max} = Potência máxima da Demanda dos usuários .

P_D^{\min} = Potência mínima da Demanda dos usuários .

$C_D(d)$ = Função Distribuição de Probabilidade Complementar da Curva Carga-Duração .

$c_D(d)$ = função densidade de probabilidade da Curva Carga-Duração de uma variável aleatória D contínua .

$c_D(d_i)$ = função densidade de probabilidade da Curva Carga-Duração de uma variável aleatória D discreta.

TIF = Taxa de Indisponibilidade Forçada .

FOR = Forced Outage Rate

q = indisponibilidade para um gerador a dois estados .

p_i = probabilidade de uma variável aleatória num estado i .

CI_i = Custo Incremental de um gerador i .

$C_E(d_E)$ = Função Distribuição de Probabilidade Complementar da Curva Carga-Duração Equivalente .

$c_E(d_E)$ = função densidade de probabilidade da Curva Carga-Duração Equivalente de uma variável aleatória D_E contínua .

LOLP = Índice de Confiabilidade chamado Probabilidade de Perda de Carga .

EENS = Índice de Confiabilidade chamado Energia Esperada Não Suprida .

T = periodo de tempo a estudar .

$CUCA(k)$ = Cumulante de ordem k da Carga dos usuários .

$CUG(j,k)$ = Cumulante de ordem k do gerador j .

$CUEQ(j+1)$ = Cumulante Equivalente considerando a Carga e j geradores .

$CUB(j+1,b,k)$ = Cumulante de ordem k considerando b blocos de potência do gerador $(j+1)$.

$CCDE(j, \zeta)$ = Valor da Curva de Carga-Duração Equivalente quando se consideram j geradores , no nível ζ de potência .

P_{ins} = Potência Instalada do parque gerador .

$EEG(j+1)$ = Energia Esperada Gerada pelo gerador $(j+1)$.

$CUEN(j+1, lx)$ = Custo Esperado de Produção do gerador $(j+1)$, na posição lx da pilha de carregamento .

$EATR(i)$ = Energia Atribuída à unidade com limitação de energia .

$PH(i)$ = Potência da unidade geradora com limitação de energia .

$EACL(m)$ = Energia Atribuída ao Cluster m .

$PP(x)$ = Posição final (potência) da unidade com limitação de energia , depois do ajuste de energia .

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO	1
------------------	---

CAPÍTULO 2

USO DOS CUMULANTES PARA REPRESENTAR A FUNÇÃO

DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES POR MEIO DE

EXPANSÕES EM SÉRIE	8
--------------------------	---

2.1 INTRODUÇÃO	8
----------------------	---

2.2 MOMENTOS	8
--------------------	---

2.2.1 Definição	8
-----------------------	---

2.2.2 Expectância e Variância	10
-------------------------------------	----

2.2.3 Relações entre Momentos	11
-------------------------------------	----

2.2.4 Momentos Como Características de Distribuição ...	12
---	----

2.3 FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS	13
-----------------------------------	----

2.4 TEOREMA de CONVOLUÇÃO	14
---------------------------------	----

2.5 MOMENTOS e FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS CONJUNTAS

de DUAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	15
------------------------------------	----

2.6 MOMENTOS e FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS CONJUNTAS

de uma SEQUÊNCIA de VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	16
--	----

2.7 CUMULANTES	17
----------------------	----

2.7.1 Introdução	17
------------------------	----

2.7.2 Definição	18
-----------------------	----

2.7 3 Semi-Invariância	19
2.7.4 Existência	20
2.7.5 Medidas de Assimetria e Excesso	21
2.8 RELAÇÕES ENTRE MOMENTOS e CUMULANTES	23
2.9 REPRESENTAÇÃO DA FDP e fdp , ATRAVÉS	
de EXPANSÕES em SÉRIE	26
2.9.1 Introdução	26
2.9.2 Polinômios de Chebyshev-Hermite	27
2.9.3 Série de Gram-Charlier Tipo A	29
2.9.4 Série de Edgeworth Tipo A	31
2.10 RESUMO	34

CAPÍTULO 3

MODELAGEM ANALÍTICA OU PROBABILÍSTICA DA	
CARGA , GERAÇÃO , E PILHA DE CARREGAMENTO	35
3.1 INTRODUÇÃO	35
3.2 DIFERENTES MODELOS de um SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA .	35
3.2.1 Introdução	35
3.2.2 Método de Simulação - Método de Monte Carlo	36
3.2.3 Método Analítico	36
3.2.4 Método Híbrido	41
3.3 MODELAGEM da DEMANDA de ENERGIA ELÉTRICA	42
3.4 MODELAGEM da UNIDADE GERADORA	46

3.4.1 Introdução	46
3.4.2 Modelagem de uma UG a Dois Estados	46
3.4.3 Modelagem de UGs. Iguais a Dois Estados	51
3.4.4 Modelagem de uma UG a Múltiplos Estados	52
3.5 MODELAGEM da PILHA de CARREGAMENTO	55
3.5.1 Introdução	55
3.5.2 Curva de Custo Incremental	55
3.5.3 Formas de Carregar as UGs.	57
3.5.4 Segmentação do Bloco de Potência Total	58
3.5.5 Modelagem de uma UG Multiestado-Multibloco	60

CAPÍTULO 4

CÁLCULO DO CUSTO DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE CONFIABILIDADE USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES , CONSIDERANDO APENAS UNIDADES GERADORAS SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA.....	64
4.1 INTRODUÇÃO	64
4.2 CURVA de CARGA-DURAÇÃO EQUIVALENTE	65
4.2.1 Introdução	65
4.2.2 Definição e Interpretação da CCDE	66
4.3 ÍNDICES de CONFIABILIDADE de GERAÇÃO	68
4.3.1 Introdução	68
4.3.2 Classificação dos Índices	69
4.3.3 Definição dos Índices : LOLP e EENS	70
4.3.4 Obtenção Analítica - Gráfica do LOLP	71
4.4 ALGORITMO de CÁLCULO	74

CAPÍTULO 5

CÁLCULO DO CUSTO DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE CONFIABILIDADE USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES , CONSIDERANDO UNIDADES GERADORAS COM E SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA.	90
5.1 INTRODUÇÃO	90
5.2 TIPOS de UNIDADES GERADORAS	91
5.3 TÉCNICA de CORTE de PONTA da DEMANDA	92
5.4 ALGORITMO de CÁLCULO	96
5.4.1 Introdução	96
5.4.2 Forma de Carregar as UCLEs.....	96
5.4.3 Base Teórica do Algoritmo de Alocação de uma UCLE	97
5.4.4 Base Teórica do Algoritmo de Alocação de UCLEs que Formam um Cluster (grupo de UCLEs)	100
5.4.5 Ajuste de Energias	102

CAPÍTULO 6

EXEMPLOS E RESULTADOS USANDO OS ALGORITMOS ESTUDADOS.....	108
6.1 INTRODUÇÃO	108
6.2 EXEMPLO CONSIDERANDO APENAS UNIDADES SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA	109
6.3 EXEMPLO CONSIDERANDO UNIDADES GERADORAS COM E SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA	114

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES	130
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	132

APÊNDICE A

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADE	139
A.1 INTRODUÇÃO	139
A.2 CONCEITOS BÁSICOS da TEORIA de PROBABILIDADE	139
A.2.1 Teoria de Conjuntos	139
A.2.2 Diversas Definições de Probabilidade	140
A.2.3 Espaços Amostrais	142
A.2.4 Variáveis Aleatórias	142
A.2.5 Função Distribuição	144
A.2.6 Variáveis Aleatórias Discretas	145
A.2.7 Variáveis Aleatórias Contínuas	146
A.2.8 Distribuição Normal	148
A.2.9 Conjunto de Duas Variáveis Aleatórias	149
A.2.10 Conjunto de uma Seqüência de Variáveis Aleatórias	152
A.2.11 Teorema do Limite Central	154

APÊNDICE B

DADOS DO SISTEMA E RESULTADOS OBTIDOS MEDIANTE O PROGRAMA DESENVOLVIDO	157
B-1 DADOS do SISTEMA para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2	158
B-2 RESULTADOS para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2	159
B-3 DADOS do SISTEMA para o CASO BASE do ÍTEM 6.3	162
B-4 RESULTADOS para o CASO BASE do ÍTEM 6.3	163
B-5 DADOS do SISTEMA para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3 CONSIDERANDO UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO de ENERGIA..	164
B-6 RESULTADOS para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3 CONSIDERANDO UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO de ENERGIA	165

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A crescente importância de um apropriado fornecimento de Energia Elétrica , e a magnitude dos custos associados , enfatizam a necessidade de desenvolver ferramentas analíticas e do software eficientes , para a tomada de decisões corretas .

A magnitude e complexidade dos sistemas de energia elétrica , tornam também complexo o processo de planejamento , devido às seguintes razões:

- O número de variáveis de decisão é muito grande .
- O problema do investimento é de tipo combinatório .
- Quase todos os parâmetros de decisão (por exemplo os custos de operação), são estocásticos .
- Não existem funções objetivo simples para definir critérios de decisão .

Planejar é basicamente estimar e avaliar os eventos que acontecem , no curto, medio e longo prazo . Em função do tempo, divide-se em :

Planejamento da Expansão : começa com a predição da demanda futura de energia e potência no horizonte de planejamento . Então os componentes do Sistema Elétrico -Geração , Transmissão e Distribuição -, se analisam para cada ano nas diversas áreas (economia, segurança , impactos ambientais) , dando como resultados diferentes cenários .

Planejamento da Operação : começa imediatamente depois de se obter os cenários .As tomadas de decisões estão distribuídas no tempo em intervalos de duração horária , diária , semanal , mensal , anual ,plurianual .

As tarefas que se realizam podem-se dividir em :

- Funções de Despacho : despacho econômico e controle da frequência .
- Funções de Predespacho : manutenção de unidades geradoras , ótimo uso dos reservatórios , contratos de intercâmbio , simulação da produção , etc .

Este trabalho trata exclusivamente com o Planejamento da Operação da Geração dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP).

Alguns dos estudos mais importantes na área da Geração Elétrica , são :

Análise de Confiabilidade : A Confiabilidade , é a probabilidade do sistema atender a carga em qualquer tempo e nível de demanda (sempre que a geração não atender a carga , se experimentará um corte de potência e energia). A Confiabilidade é um dos mais significativos critérios de projeto nos SEP , sendo um índice muito complexo , já que depende de diversos fatores , por exemplo :

- Tamanho , Tipo e Quantidade de Unidades Geradoras (UGs) .
- Taxa de Saída Forçada (Forced Outage Rate = FOR) de cada UG.
- Manutenção das UGs.
- Forma da Curva de Carga .
- Capacidade de Transmissão adequada .
- Desvios na predição : da carga e afluências nos reservatórios .
- Existência de Interligações com outros sistemas .

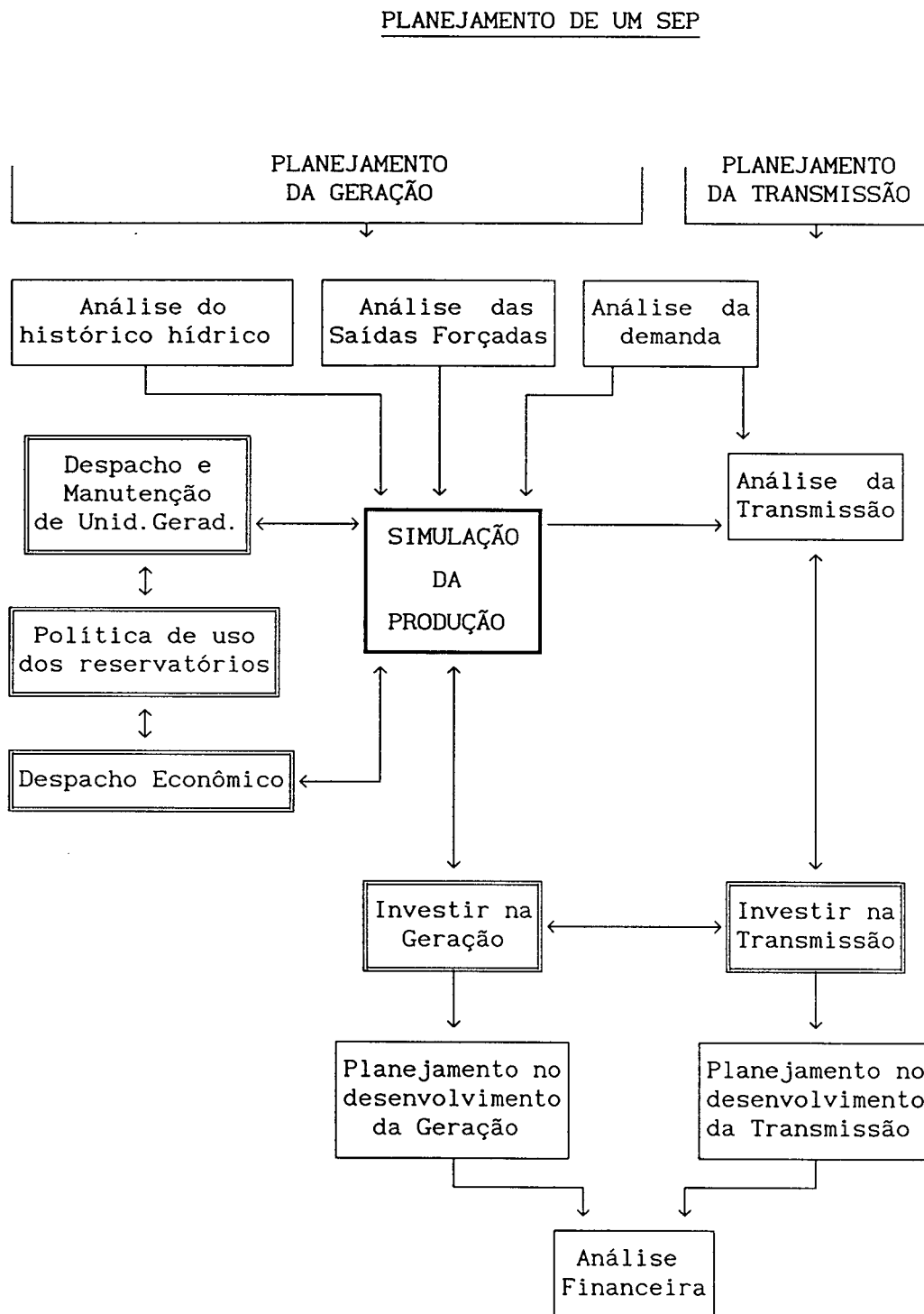
Planejamento da Geração e Custos Associados : O objetivo de qualquer empresa de energia elétrica é fornecer a potência e a energia ao menor custo , com um alto grau de confiabilidade . A análise de custos de investimentos e operação, é fundamental para a expansão dos SEP .

Planejamento da Reserva : Para manter um desejado nível de confiabilidade , deve-se contar com uma geração extra (reserva) maior que o pico da demanda . A questão fundamental é : Qual deve ser o tamanho da reserva ?.....

Óbviamente quanto maior a reserva , menor será a probabilidade de perda de carga , e recíprocamente . Uma empresa de energia elétrica deve assegurar uma determinada confiabilidade , embora os custos sejam altos . Se existir pouca reserva , a probabilidade de perda de carga será grande , então o custo de déficit também (custo que aparece quando acontece um corte no fornecimento de energia) . Existe , portanto , um compromisso entre ter uma elevada confiabilidade com um alto custo de investimento e manutenção , e ter uma baixa confiabilidade com um alto custo de déficit .

Embora o tamanho da reserva possa ser muito grande, sempre existe uma probabilidade (que pode ser muito pequena , mas diferente de zero) que a disponibilidade de geração seja menor que a demanda requerida , resultando numa perda de carga .

No planejamento de um SEP, os diferentes estágios de análise e decisão estão geralmente relacionados como se mostra no diagrama seguinte [56] :



Durante os últimos 25 anos , se realizaram consideráveis avanços no desenvolvimento de ferramentas de análise , para aplicação no planejamento de Sistemas Elétricos de Potência (SEP) , em estudos de confiabilidade e em predição de carga . Em 1967 , Baleriaux et. al. [1] , fundaram as bases do que hoje se conhece como Simulação Probabilística . Este método foi continuado mais tarde por Booth [3,4] e Joy and Jenkins [6] . Este procedimento introduz exitosamente conceitos de confiabilidade nas técnicas de avaliação de sistemas . Mais tarde , a simulação de unidades hidráulicas foi incorporada no modelo de produção estocástico , considerando ou não a aleatoriedade da hidroenergia [9,10,19,21] . Como a simulação da produção é realizada muitas vezes , o tempo de computação é uma variável a ser considerada. Assim surge uma ferramenta de cálculo poderosa , chamada "Técnica dos Momentos ou Cumulantes" [11,14,15] , que permite construir a Curva de Carga-Duração Equivalente , por meio dos primeiros termos da expansão em série de Gram Charlier ou Edgeworth. A teoria dos cumulantes e as séries , pode-se consultar em referências [49,50] , . O principal atrativo deste método é a rapidez de cálculo , aproximadamente uma ordem de grandeza que a do algoritmo proposto em [1] . A razão desta eficiência deve-se ao fato que a operação convolução -deconvolução , se reduz a operação soma-subtração de cumulantes da carga e das unidades geradoras . Esta técnica ter sido usada em diferentes áreas da operação de sistemas elétricos : programação da manutenção [24,45] , programação dos intercâmbios de energia [39] , embora as principais aplicações se deu na área de confiabilidade. A precisão deste método foi estudada em [17,20,25] , através de comparações com outros métodos [27,31] para saber se os resultados obtidos eram confiáveis .

Nestes testes encontraram-se alguns problemas associados com este método [17,20,25,27,31] :

- a) A presença de uma grande unidade geradora , cuja capacidade seja maior a 10 % da capacidade instalada , pode resultar numa baixa precisão dos resultados.
- b) Para sistemas de geração pequenos , ou para sistemas com unidades geradoras muito confiáveis (maiores que 0.98 de disponibilidade) , ou para curvas de carga-duração muito diferentes da normal , a aproximação não é satisfatória.
- c) Apresentam-se casos em que as curvas de carga-duração equivalentes têm probabilidades negativas , ou oscilam , numa determinada região .
- d) O aumento do número de cumulantes não necessariamente melhora a precisão.

Por estes e outros motivos , foram desenvolvidas alternativas metodológicas visando melhorar a sua precisão [33,37,40] .

Quando não se usa o conceito de independência de variáveis aleatórias , o método dos cumulantes pode ser modificado [35,39] , para ter em consideração a correlação estatística .

No Capítulo 2 , se definem os conceitos de momentos e cumulantes , bem como as séries de Edgeworth tipo A . Estas serão as ferramentas para construir a Curva Carga-Duração Equivalente que é o centro do método .

No Capítulo 3 , se modelam em forma probabilística o sistema de geração e a demanda , assim como a pilha de carregamento das unidades geradoras .

No Capítulo 4 , examina-se o algoritmo que calcula (usando o método dos cumulantes) : os valores esperados da energia gerada pelas unidades geradoras , sem considerar limitações de energia , os seus custos

associados , e os índices de confiabilidade .

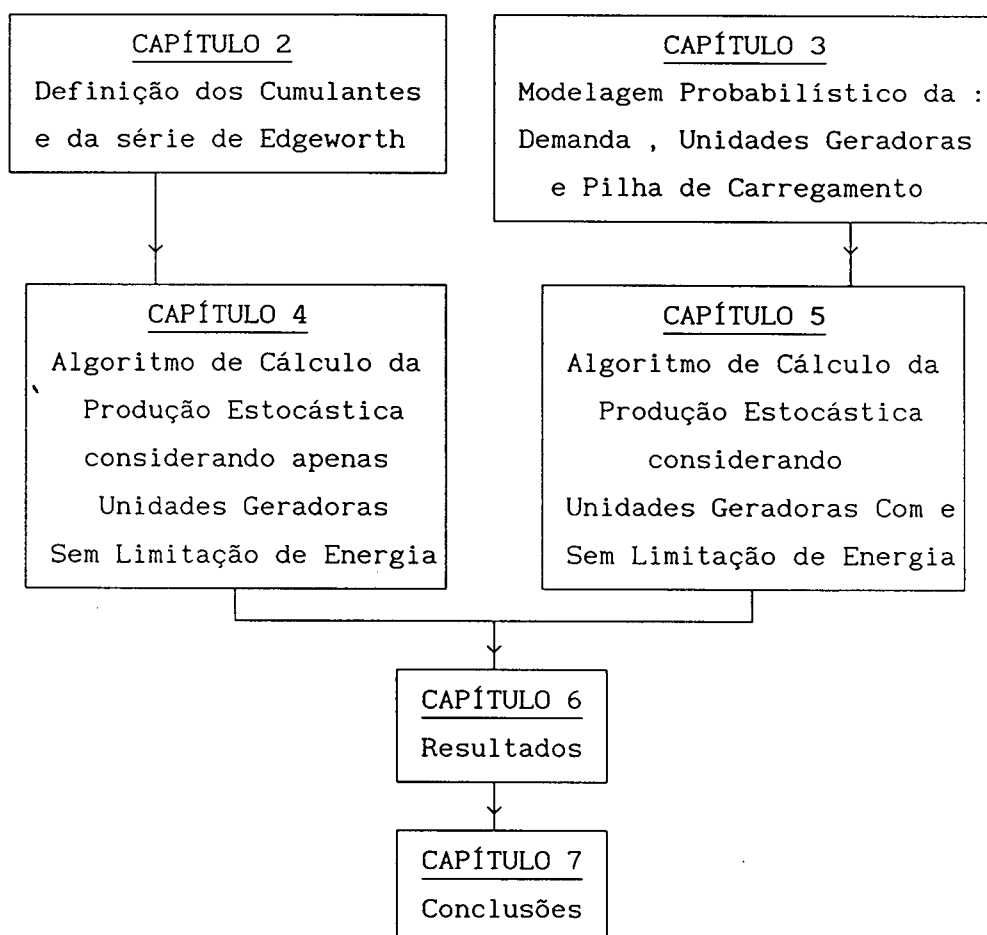
No Capítulo 5 examina-se o algoritmo de cálculo (usando o método dos cumulantes) dos mesmos pontos do Capítulo 4 , considerando agora unidades geradoras com e sem limitação de energia .

No Capítulo 6 apresentam-se alguns exemplos , que são resolvidos usando os algoritmos dados no Capítulo 4 e 5.

No Apêndice A estão os conceitos básicos de probabilidade que serão usados freqüentemente ao longo deste trabalho .

No Apêndice B estão os dados e resultados encontrados.

A interrelação destes Capítulos se mostra no diagrama :



CAPÍTULO 2

USO DOS CUMULANTES PARA REPRESENTAR A FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES POR MEIO DE EXPANSÕES EM SÉRIE

2.1 INTRODUÇÃO

Para descrever completamente o comportamento probabilístico de uma variável aleatória (v.a.), deve-se especificar uma Função Distribuição de Probabilidade (FDP), simbolicamente $F(x)$, ou uma função densidade de probabilidade (fdp), simbolicamente $f(x)$ para casos contínuos, e $p(x_i)$ para casos discretos. Outra maneira de conhecer dito comportamento, é através do estudo dos Momentos Probabilísticos das funções anteriores, ou dos Cumulantes [49,50], que estão relacionados com eles através de expressões matemáticas.

Neste Capítulo se estudará os cumulantes, e seu uso na representação de funções distribuição de probabilidades por meio de expansões em série.

2.2 MOMENTOS

2.2.1 Definição

Dada uma função :

$$L(X-a) = (X-a)^r \quad \text{para } r = 0, 1, \dots, n$$

X = variável aleatória a = valor determinado de X

define-se o **Momento de ordem r em torno de um ponto a** qualquer, como:

$$m'_r = E\{ (X-a)^r \} = \begin{cases} \sum_i (x_i - a)^r \cdot p(x_i) & \text{(discreto)} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - a)^r \cdot f(x) \cdot dx & \text{(contínuo)} \end{cases} \quad (2-1)$$

Se $a = 0$, os momentos são chamados **Momentos Crus** :

$$m_r = E\{ (X)^r \} = \begin{cases} \sum_i x_i^r \cdot p(x_i) & \text{(discreto)} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^r \cdot f(x) \cdot dx & \text{(contínuo)} \end{cases} \quad (2-2)$$

se $r = 0 \implies m_0 = 1$

se $r = 1 \implies m_1 = E\{ X \} = \eta = \text{média}$

Se $a = \eta$, os momentos são chamados **Momentos Centrais** (designados por μ) :

$$\mu_r = E\{ (X-\eta)^r \} = \begin{cases} \sum_i (x_i - \eta)^r \cdot p(x_i) & \text{(discreto)} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \eta)^r \cdot f(x) \cdot dx & \text{(contínuo)} \end{cases} \quad (2-3)$$

se $r = 0 \implies \mu_0 = 1$

se $r = 1 \implies \mu_1 = 0$

se $r = 2 \implies \mu_2 = E\{ (X-\eta)^2 \} = \text{variância}$

- Se supõe que as somas e integrais definidas anteriormente , convergem para um dado r .
- Nem todas as curvas de distribuição, possuem momentos para todo r .

2.2.2 Expectância e Variância

Um número importante e útil para a localização do centro de distribuição de uma v.a. X , é a **Expectância** ou **Média**. Fisicamente η representa o centro de gravidade da distribuição de massa , e define-se como ($r = 1$ na equação (2-2)):

$$m_1 = E\{ X \} = \eta = \text{expectância ou média} \quad (2-4)$$

A **Variância** é igual ao momento de inércia da probabilidade de massa, e σ^2 dá alguma informação da concentração de massa em torno de η , e define-se como ($r = 2$ na equação (2-3)):

$$\begin{aligned} \mu_2 = E\{ (X-\eta)^2 \} &= \sigma^2 = \text{variância} \\ \sigma &= + \sqrt{\sigma^2} = \text{dispersão} \end{aligned} \quad (2-5)$$

2.2.3 Relações Entre Momentos

Pode-se estabelecer relações entre os momentos crus e centrais :

$$\mu_k = E\{ (X-\eta)^k \} = E \left\{ \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot (-1)^r \cdot \eta^r \cdot X^{k-r} \right\}$$

$$\mu_k = E\{ (X-\eta)^k \} = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot (-1)^r \cdot \eta^r \cdot E \left\{ X^{k-r} \right\}$$

$$\mu_k = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot (-1)^r \cdot \eta^r \cdot m_{k-r}$$

(2-6)

Em particular :

$$\mu_0 = m_0 = 1$$

$$\mu_1 = m_1 - \eta = 0$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2$$

$$\mu_3 = m_3 - 3 \cdot m_1 \cdot m_2 + 2 \cdot m_1^3$$

O caminho inverso é :

$$m_k = E\{ X^k \} = E\{ [(X-\eta)+\eta]^k \} = E \left\{ \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot \eta^r \cdot (X-\eta)^{k-r} \right\}$$

$$m_k = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \cdot \eta^r \cdot \mu_{k-r}$$

(2-7)

Em particular :

$$m_0 = \mu_0 = 1$$

$$m_1 = \eta$$

$$m_2 = \mu_2 + m_1^2$$

$$m_3 = \mu_3 + 3.m_1.\mu_2 + m_1^3$$

Na prática os momentos de ordem maiores a 4 ou 6, raramente são requeridos .

2.2.4 Momentos como Características da Distribuição

A função característica de 1ª ordem $\Phi(\omega)$, determina :

- Os momentos , quando eles existem .
- A FDP .

Isso não implica que os momentos determinam completamente a distribuição, ainda quando os momentos de qualquer ordem existem . Somente sob certas condições , um conjunto de momentos determina apenas uma distribuição . Afortunadamente , para todos os propósitos práticos , o conhecimento dos momentos equivale ao conhecimento da FDP , o que equivale a dizer que as propriedades da distribuição podem ser conhecidas em função dos momentos.

Distribuições que têm um número finito de momentos em comum , serão aproximadamente iguais . Pode existir o caso em que a FDP não possa ser explicitada . Nesse caso , uma possível solução é aproximar esta FDP , através de outra FDP , conhecida , que tenha iguais os primeiros momentos (na prática os primeiros três ou quatro momentos) .

2.3 FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS

Se X é uma v.a. , então a quantidade $e^{\vartheta X}$, é função de X para cada valor fixado de ϑ . A Função Geratriz de Momentos $M(\vartheta)$, define-se:

$$M(\vartheta) = E \left\{ e^{\vartheta X} \right\} = \begin{cases} \sum_i e^{\vartheta x_i} p(x_i) & \text{(discreto)} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{\vartheta x} f(x) . dx & \text{(contínuo)} \end{cases} \quad (2-8)$$

e recebe esse nome , porque $e^{\vartheta X}$ pode-se expandir na seguinte série :

$$e^{\vartheta X} = 1 + \vartheta X + \dots + \frac{\vartheta^n . X^n}{n !} + \dots \implies$$

$$M(\vartheta) = E \left\{ e^{\vartheta X} \right\} = 1 + \vartheta . m_1 + \dots + \frac{\vartheta^n . m_n}{n !} + \dots \implies$$

$$\left. \frac{d^n M(\vartheta)}{d\vartheta^n} \right|_{\vartheta=0} = m_n \quad (2-9)$$

A equação (2-8) , representa uma maneira de transformar uma fdp , $f(x)$ ou $p(x_i)$, em outra função $M(\vartheta)$.

Ocorre , para muitas fdp , que a equação (2-8) não existe para valores reais de ϑ . Define-se então a função :

$$\Phi(\omega) = E \left\{ e^{j\omega X} \right\} = \begin{cases} \sum_i e^{j\omega x_i} p(x_i) & \text{(discreto)} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} f(x) . dx & \text{(contínuo)} \end{cases}$$

(2-10)

aonde j é o operador complexo , e ω um número real . A equação (2-10) , é conhecida como **Função Característica de 1ª ordem** da v.a. X , ou Transformada de Fourier da v.a. X , com sinal (+) em ω .

Se $e^{j\omega X}$ é expandida na forma como se fez com $e^{j\omega X}$, obtêm-se finalmente a expressão :

$$\left. \frac{d^n \Phi(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=0} = j^n \cdot m_n \quad (2-11)$$

As vezes convém usar a **Função Característica de 2ª ordem**, chamada também **Função Geratriz de Cumulantes** (equação 2-24) , definida como :

$$\Psi(\omega) = \ln \Phi(\omega) \quad (2-12)$$

Obs :

$$a) \quad \Phi(0) = 1 \implies \Psi(0) = 1$$

$$b) \quad |\Phi(\omega)| \leq 1$$

2.4 TEOREMA de CONVOLUÇÃO

Dadas duas funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$, define-se a convolução $f(x)$ destas funções , como :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi) \cdot f_2(x-\xi) \cdot d\xi \quad (2-13)$$

Freqüentemente a notação empregada é : $f(x) = f_1(x) * f_2(x)$

Teorema de Convolução : Se $\Phi_1(\omega)$ e $\Phi_2(\omega)$ são as funções características de $f_1(x)$ e $f_2(x)$ respectivamente , então :

$$\Phi(\omega) = \Phi_1(\omega) \cdot \Phi_2(\omega)$$

onde $\Phi(\omega)$ é a função característica da convolução de $f_1(x)$ e $f_2(x)$.

2.5 MOMENTOS e FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS CONJUNTAS de DUAS V.A.

Dadas duas v.a. X e Y , define-se seus momentos de ordem $n = k + r$, como :

$$m_{kr} = E \{ X^k Y^r \}$$

e sua Função Característica Conjunta de 1ª e 2ª ordem , como :

$$\Phi_{XY}(\omega_1, \omega_2) = E \left\{ e^{j(\omega_1 X + \omega_2 Y)} \right\} \quad (2-14)$$

$$\Psi_{XY}(\omega_1, \omega_2) = \ln \Phi_{XY}(\omega_1, \omega_2) \quad (2-15)$$

A expansão da equação (2-14) , resulta em :

$$\left. \frac{\delta^k \delta^r \Phi(\omega_1, \omega_2)}{\delta \omega_1^k \delta \omega_2^r} \right|_{\substack{\omega_1=0 \\ \omega_2=0}} = j^{(k+r)} \cdot m_{kr} \quad (2-16)$$

Se X e Y são v.a. independentes , então :

$$\Phi_{XY}(\omega_1, \omega_2) = \Phi_X(\omega_1) \cdot \Phi_Y(\omega_2)$$

Se X e Y são v.a. independentes , e Z é uma v.a. definida como :

$$Z = X + Y \implies$$

$$\Phi_Z(\omega) = \Phi_X(\omega) \cdot \Phi_Y(\omega)$$

$$\Psi_Z(\omega) = \Psi_X(\omega) + \Psi_Y(\omega)$$

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(z-y) \cdot f_Y(y) \cdot dy$$

$f_Z(z) = f_X(x) * f_Y(y)$

(2-17)

2.6 MOMENTOS e FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS CONJUNTAS de uma SEQUÊNCIA de V.A.

Dadas n v.a. X_1, \dots, X_n , definem-se seus momentos de ordem

$r = r_1 + \dots + r_n$, como :

$$m_{r_1 \dots r_n} = E \left\{ X_1^{r_1} \dots X_n^{r_n} \right\} \quad (2-18)$$

e sua função característica de 1ª ordem , como :

$$\Phi_{X_1, \dots, X_n}(\omega_1, \dots, \omega_n) = E \left\{ e^{j(\omega_1 X_1 + \dots + \omega_n X_n)} \right\} \quad (2-19)$$

Expandindo , resulta :

$$\left. \frac{\delta^r \Phi(\omega_1, \dots, \omega_n)}{\delta \omega_1^{r_1} \dots \delta \omega_n^{r_n}} \right|_{\substack{\omega_1=0 \\ \omega_n=0}} = j^r \cdot m_{r_1 \dots r_n} \quad (2-20)$$

Se X_1, \dots, X_n são v.a. **independentes** , então :

$$\Phi_{X_1, \dots, X_n}(\omega_1, \dots, \omega_n) = \Phi_{X_1}(\omega_1) \dots \Phi_{X_n}(\omega_n)$$

Se X_1, \dots, X_n são v.a **independentes** , e Z é uma v.a. definida como :

$$Z = X_1 + \dots + X_n \implies$$

$$\Phi_Z(\omega) = E \left\{ e^{j(\omega_1 X_1 + \dots + \omega_n X_n)} \right\} = \Phi_1(\omega) \dots \Phi_n(\omega)$$

$$\Psi_Z(\omega) = \Psi_{X_1}(\omega) + \dots + \Psi_{X_n}(\omega)$$

e por sucessivas convoluções , obtêm-se :

$$f_Z(x) = f_{X_1}(x_1) * \dots * f_{X_n}(x_n) \quad (2-21)$$

2.7 CUMULANTES

2.7.1 Introdução

Os **Momentos** fornecem um conjunto de parâmetros úteis para medir as propriedades de uma função distribuição . Mas existe outro conjunto de parâmetros , chamados **Cumulantes** , que têm propriedades melhores , desde um ponto de vista teórico (convolver-deconvolver é somar -subtrair cumulantes), e também prático , como por exemplo , na área de Confiabilidade de Sistemas de Potência .

2.7.2 Definição

Formalmente os Cumulantes k_1, \dots, k_r , definem-se através de uma igualdade :

$$\begin{aligned} \exp \left\{ \frac{k_1 \cdot \vartheta^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots \right\} = \\ = 1 + \frac{m'_1 \cdot \vartheta^1}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots = M(\vartheta) \end{aligned} \quad (2-22)$$

$M(\vartheta)$ = função geratriz de momentos em torno de um ponto qualquer .

Algumas vezes é melhor defini-la de outra maneira :

$$\begin{aligned} \exp \left\{ \frac{k_1 \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots \right\} = \\ = 1 + \frac{m'_1 \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots = \Phi(\omega) \end{aligned} \quad (2-23)$$

$$\Psi(\omega) = \ln \Phi(\omega) = \frac{k_1 \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots \quad (2-24)$$

Assim como m'_r é o coeficiente de $\frac{(j\omega)^r}{r!}$ na função característica de 1ª ordem (equação (2-23)) , k_r é o coeficiente de $\frac{(j\omega)^r}{r!}$ na função característica de 2ª ordem (Função Geratriz de Cumulantes) .

Cumulante de Ordem r de n v.a. independentes : Se a v.a. Z define-se como a soma de n v.a. independentes :

$$Z = X_1 + \dots + X_n$$

então a função geratriz de cumulantes da v.a. Z , está dada por :

$$\begin{aligned}\Psi_Z(\omega) &= \Psi_{X_1}(\omega) + \dots + \Psi_{X_n}(\omega) = \\ &= \left(k_{1X_1}(j\omega) + \dots + k_{rX_1} \cdot \frac{(j\omega)^r}{r!} + \dots \right) + \dots \\ &+ \left(k_{1X_n}(j\omega) + \dots + k_{rX_n} \cdot \frac{(j\omega)^r}{r!} + \dots \right) = \\ &= \left(k_{1X_1} + \dots + k_{1X_n} \right) \cdot (j\omega) + \dots + \left(k_{rX_1} + \dots + k_{rX_n} \right) \cdot \frac{(j\omega)^r}{r!} + \dots = \\ &= k_{1Z} \cdot (j\omega) + \dots + k_{rZ} \cdot \frac{(j\omega)^r}{r!} \implies\end{aligned}$$

o cumulante de ordem r da v.a. Z , vale :

$$k_{rZ} = k_{rX_1} + \dots + k_{rX_n}$$

(2-25)

2.7.3 Semi-invariância

Na equação (2-23) , m'_r é o momento de ordem r em torno de um ponto a qualquer . Se o ponto muda de a até b , aonde $c = b - a$, o efeito desta mudança sobre $\Phi(\omega)$, é a aparição de um termo $\exp(-j\omega c)$ que multiplica a $\Phi(\omega)$:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(x-b)} \cdot f(x) \cdot dx &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(x-a)} \cdot e^{-j\omega c} \cdot dx = e^{-j\omega c} \cdot \Phi(\omega) = \\
&= \exp \left\{ -j\omega c \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{k_1 \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots \right\} = \\
&= \exp \left\{ \frac{(k_1 - c) \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots \right\} \implies
\end{aligned}$$

$$\boxed{\Psi(\omega) = \frac{(k_1 - c) \cdot (j\omega)^1}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot (j\omega)^r}{r!} + \dots} \quad (2-26)$$

Os cumulantes de ordem maior que 1, são invariantes numa mudança de origem, enquanto que o cumulante de ordem 1 (k_1) é subtraído de um valor c . Este é o motivo pelo qual os cumulantes são chamados semi-invariantes.

Frente a uma mudança de origem, os momentos de qualquer ordem m'_r , são modificados. Esta é uma das diferenças entre os momentos e os cumulantes. Se a v.a. X multiplica-se por uma constante s , tanto m'_r como k_r , serão multiplicados por s^r .

2.7.4 Existência

A expressão (2-22), dá uma relação entre os momentos e os cumulantes, então o cumulante de ordem r , k_r , existe se os momentos de ordem $\leq r$, m'_r , existem.

2.7.5 Medidas de Assimetria e Excesso

Anteriormente consideraram-se as medidas de alocação (η), e dispersão (σ). Com ajuda dos momentos de ordem maior a dois, procede-se a considerar medidas de outro tipo, em particular as relacionadas com as assimetrias das distribuições. Definem-se então, quantidades convenientes, como :

$$\text{Skewness} = \text{Assimetria} = \gamma_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} = \frac{k_3}{k_2^{3/2}}$$

$$\text{Kurtosis} = \text{Excesso} = \gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{k_4}{k_2^2}$$

(2-27)

- Se $\gamma_1 = 0 \implies$ a distribuição é simétrica .
- Se $\gamma_1 > 0 \implies$ a distribuição têm simetria a direita.
- Se $\gamma_1 < 0 \implies$ a distribuição têm simetria a esquerda.

Ver FIGURA 2-1a

-
- Se $\gamma_2 = 0 \implies$ a distribuição é dita **Mesokúrtica** .
 - Se $\gamma_2 > 0 \implies$ a distribuição é dita **Leptokúrtica** .
(a curva têm forma de pico).
 - Se $\gamma_2 < 0 \implies$ a distribuição é dita **Platikúrtica** .
(a curva é achatada , em forma de prato).

Ver FIGURA 2-1b

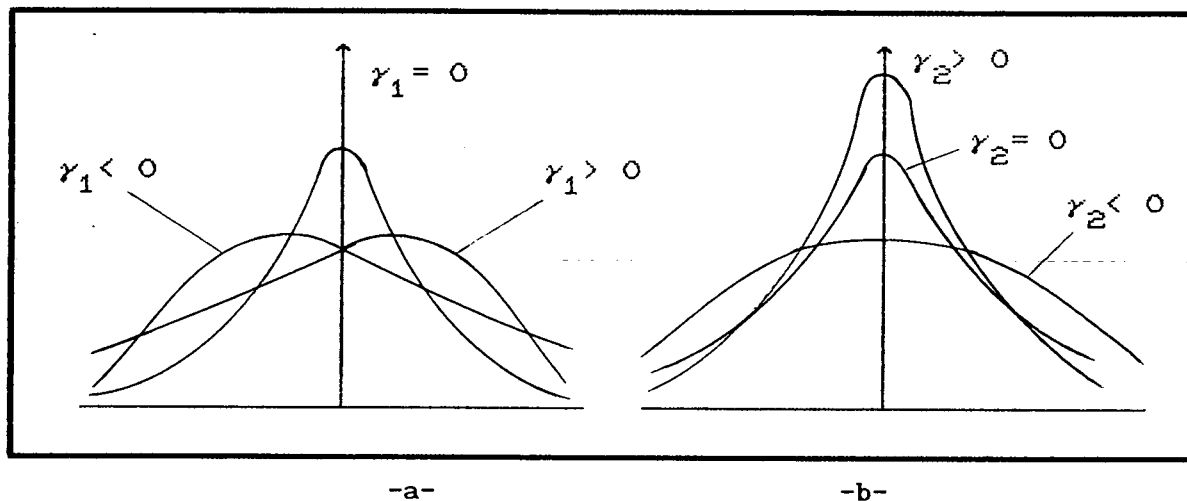


FIGURA 2-1

- Se a distribuição tem $\sigma^2 = 1 \implies \begin{cases} \gamma_1 = k_3 \\ \gamma_2 = k_4 \end{cases}$

- Se a distribuição é simétrica $\implies \gamma_1 = 0$

- Se a distribuição é a normal : $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$

- Se a distribuição está expressada em medida padrão \implies

$$\mu_2 = \sigma^2 = 1 = k_2 \implies \begin{cases} \gamma_1 = k_3 \\ \gamma_2 = k_4 \end{cases}$$

2.8 RELAÇÕES ENTRE MOMENTOS y CUMULANTES

Da equação (2-22) ==>

$$\begin{aligned}
 & \exp \left\{ \frac{k_1 \cdot \vartheta}{1!} \right\} \dots \exp \left\{ \frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} \right\} \dots = \\
 & = \left\{ 1 + \frac{k_1 \cdot \vartheta}{1!} + \frac{k_1^2 \cdot \vartheta^2}{2!} + \dots \right\} \dots \left\{ 1 + \frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \frac{1}{2!} \left(\frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} \right)^2 + \dots \right\} \dots = \\
 & = 1 + \frac{m'_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots = M(\vartheta)
 \end{aligned}$$

Igualando os termos de igual potência em ϑ , obtêm-se :

$$m'_r = \sum_{m=0}^r \sum \left(\frac{k_{p1}}{p1!} \right)^{\Pi_1} \dots \left(\frac{k_{pm}}{pm!} \right)^{\Pi_m} \cdot \frac{r!}{\Pi_1! \dots \Pi_m!}$$

a segunda somatória é para valores não negativos dos Π , tal que :

$$p1 \cdot \Pi_1 + \dots + pm \cdot \Pi_m = r \quad (2-28)$$

Derivando a equação (2-22) em relação a k_i , obtem-se :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\vartheta^i}{i!} \cdot \exp \left\{ \frac{k_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots \right\} = \\
 & = \frac{\vartheta^i}{i!} \cdot \left\{ 1 + \frac{m'_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots \right\} = \\
 & = \frac{\delta \left(1 + \frac{m'_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots \right)}{\delta k_i}
 \end{aligned}$$

Identificando termos de igual potência em ϑ , obtêm-se :

$$\frac{\delta m'_r}{\delta k_i} = \binom{r}{i} \cdot m'_{r-i}$$

Se $i = 1$ então :

$$\boxed{\frac{\delta m'_r}{\delta k_1} = r \cdot m'_{r-1}} \quad (2-29)$$

Desta maneira , pode-se obter os momentos m'_r em função dos cumulantes k_i .

As primeiras seis expresões (equações 2-30) são :

$$m'_1 = k_1$$

$$m'_2 = k_2 + k_1^2$$

$$m'_3 = k_3 + 3 \cdot k_2 \cdot k_1 + k_1^3$$

$$m'_4 = k_4 + 4 \cdot k_3 \cdot k_1 + 3 \cdot k_2^2 + 6 \cdot k_2 \cdot k_1^2 + k_1^4$$

$$m'_5 = k_5 + 5 \cdot k_4 \cdot k_1 + 10 \cdot k_3 \cdot k_2 + 10 \cdot k_3 \cdot k_1^2 + 15 \cdot k_2^2 \cdot k_1 + \\ + 10 \cdot k_2 \cdot k_1^3 + k_1^5$$

$$m'_6 = k_6 + 6 \cdot k_5 \cdot k_1 + 15 \cdot k_4 \cdot k_2 + 15 \cdot k_4 \cdot k_1^2 + 10 \cdot k_3^2 + 20 \cdot k_3 \cdot k_1^3 + \\ + 60 \cdot k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 + 15 \cdot k_2^3 + 45 \cdot k_2^2 \cdot k_1^2 + 15 \cdot k_2 \cdot k_1^4 + k_1^6$$

Quando se consideram os momentos centrais ($m'_1 = k_1 = 0$) , as equações anteriores , transformam-se nas equações (2-31) :

$$\mu_2 = k_2$$

$$\mu_3 = k_3$$

$$\mu_4 = k_4 + 3.k_2^2$$

$$\mu_5 = k_5 + 10.k_3.k_2$$

$$\mu_6 = k_6 + 15.k_4.k_2 + 10.k_3^2 + 15.k_2^3$$

Se agora quer-se encontrar os cumulantes em função dos momentos , aplica-se o logaritmo na equação (2-22) :

$$\frac{k_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{k_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots = \ln \left(1 + \frac{m'_1 \cdot \vartheta}{1!} + \dots + \frac{m'_r \cdot \vartheta^r}{r!} + \dots \right)$$

Realizando a expansão do logaritmo , e igualando os termos de igual potência obtêm-se :

$$k_r = r! \cdot \sum_{m=0}^r \sum \left(\frac{m'_{p1}}{p1!} \right)^{\Pi_1} \dots \left(\frac{m'_{pm}}{pm!} \right)^{\Pi_m} \cdot \frac{(-1)^{\delta-1} \cdot (\delta-1)!}{\Pi_1! \dots \Pi_m!} \quad (2-32)$$

a segunda somatória é para valores não negativos dos Π e dos δ , sujeitos a (2-28) , e à condição :

$$\Pi_1 + \dots + \Pi_m = \delta \quad (2-33)$$

As primeiras seis expressões dos cumulantes em função dos momentos , são as equações (2-34) :

$$k_1 = m'_1$$

$$k_2 = m'_2 - m_1'^2$$

$$k_3 = m'_3 - 3.m'_2.m'_1 + 2.m_1'^3$$

$$k_4 = m'_4 - 4.m'_3.m'_1 - 3.m_2'^2 + 12.m'_2.m_1'^2 - 6.m_1'^4$$

$$k_5 = m'_5 - 5.m'_4.m'_1 - 10.m'_3.m'_2 + 20.m'_3.m_1'^2 + 30.m_2'^2.m'_1 - 60.m_2'.m_1'^3 + 24.m_1'^5$$

$$k_6 = m'_6 - 6.m'_5.m'_1 - 15.m'_4.m'_2 + 30.m'_4.m_1'^2 - 10.m_3'^2 - 120.m'_3.m_1'^3 + 120.m'_3.m'_2.m'_1 + 30.m_2'^3 - 270.m_2'^2.m_1'^2 + 360.m_2'.m_1'^4 - 120.m_1'^6$$

Considerando os momentos centrais ($m'_1 = k_1 = 0$), as equações anteriores se transformam nas equações (2-35) :

$$k_2 = \mu_2$$

$$k_3 = \mu_3$$

$$k_4 = \mu_4 - 3.\mu_2^2$$

$$k_5 = \mu_5 - 10.\mu_3.\mu_2$$

$$k_6 = \mu_6 - 15.\mu_4.\mu_2 - 10.\mu_3^2 + 30.\mu_2^3$$

(2-35)

2.9 REPRESENTAÇÃO da FDP e fdp , ATRAVÉS de EXPANSÕES em SÉRIE

2.9.1 Introdução

Em matemática e física é bem conhecido , que certas funções podem-se expressar como uma série de termos (séries de Taylor , séries de Fourier) . Para as funções FDP e fdp , podem-se usar outros tipos de representação .

2.9.2 Polinômios de Chebyshev-Hermite

A fdp padrão está dada por :

$$\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} x^2 \right\}$$

Derivando sucessivamente $\alpha(x)$, obtêm-se :

$$\alpha'(x) = -x \cdot \alpha(x)$$

$$\alpha''(x) = (x^2 - 1) \cdot \alpha(x)$$

$$\alpha'''(x) = (3x - x^3) \cdot \alpha(x)$$

.....

Define-se o polinômio de Chebyshev-Hermite de grau r $H_r(x)$, pela identidade seguinte :

$$\alpha^{(r)}(x) = (-1)^r \cdot H_r(x) \cdot \alpha(x) = D^r \alpha(x) = \frac{d^r \alpha(x)}{dx} \quad (2-37)$$

Se se tem :

$$\alpha(x-t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} x^2 + x \cdot t - \frac{1}{2} t^2 \right\} =$$

$$= \alpha(x) \cdot \exp \left\{ x \cdot t - \frac{1}{2} t^2 \right\}$$

Pela expansão de Taylor :

$$\alpha(x-t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!} \cdot t^r \cdot \alpha^{(r)}(x) = \alpha(x) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \cdot H_r(x)$$

Igualando as duas últimas equações, resulta que $H_r(x)$ é o coeficiente de $\frac{t^r}{r!}$ na expansão da $\exp \left\{ x \cdot t - \frac{1}{2} t^2 \right\}$, então (equação 2-38):

$$H_r(x) = x^r - \frac{r^{[2]}}{2 \cdot 1!} \cdot x^{r-2} + \frac{r^{[4]}}{2^2 \cdot 1!} \cdot x^{r-4} - \frac{r^{[6]}}{2^3 \cdot 3!} \cdot x^{r-6} + \dots$$

$$\text{onde } r^{[n]} = r \cdot (r-1) \dots [r-(n-1)]$$

Os primeiros 6 polinômios são :

$$H_0 = 1 \quad (\text{por convenção})$$

$$H_1 = x$$

$$H_2 = x^2 - 1$$

$$H_3 = x^3 - 3x$$

$$H_4 = x^4 - 6x^2 + 3$$

$$H_5 = x^5 - 10x^3 + 15x$$

$$H_6 = x^6 - 15x^4 + 45x^2 - 15$$

(2-39)

Pode-se generalizar mediante a expressão :

$$H_{r+1}(x) = x \cdot H_r(x) - r \cdot H_{r-1}(x) \quad r = 1, \dots, \infty$$

Esses polinômios têm a propriedade ortogonal :

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) \cdot H_n(x) \cdot \alpha(x) \cdot dx = \begin{cases} 0 & \text{para } m \neq n \\ n! & \text{para } m = n \end{cases}$$

2.9.3 Série de Gram-Charlier de Tipo A

Supor uma fdp $f(x)$ que possa expandir-se numa série de derivadas de $\alpha(x)$:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} b^i \cdot \alpha^i(x) = \sum_{i=0}^{\infty} b^i \cdot (-1)^i \cdot H_i(x) \cdot \alpha(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \cdot H_i(x) \cdot \alpha(x)$$

Multiplicar por $H_r(x)$ e integrar de $-\infty$ a ∞ , e usando a propriedade ortogonal, obtêm-se :

$$c_r = \frac{1}{r!} \int_{-\infty}^{\infty} H_r(x) \cdot f(x) \cdot dx \quad (2-40)$$

Substituir a equação (2-38) na (2-40), então :

$$c_r = \frac{1}{r!} \cdot \left[m'_r - \frac{r^{[2]}}{2 \cdot 1!} \cdot m'_{r-2} + \dots \right] \quad (2-41)$$

Em particular considerando os momentos centrais obtêm-se as equações (2-42) :

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \cdot (\mu_2 - 1)$$

$$c_3 = \frac{1}{6} \cdot \mu_3$$

$$c_4 = \frac{1}{24} \cdot (\mu_4 - 6 \cdot \mu_2 + 3)$$

$$c_5 = \frac{1}{120} \cdot \left(\mu_5 - 10 \cdot \mu_3 \right)$$

$$c_6 = \frac{1}{720} \cdot \left(\mu_6 - 15 \cdot \mu_4 + 45 \cdot \mu_2 - 15 \right)$$

Assim encontra-se :

$$f(x) = \alpha(x) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\mu_2 - 1 \right) \cdot H_2 + \frac{1}{6} \cdot \mu_3 \cdot H_3 + \right. \\ \left. + \frac{1}{24} \cdot \left(\mu_4 - 6 \cdot \mu_2 + 3 \right) \cdot H_4 + \dots \right]$$

Se $f(x)$ está calculada com medida padrão :

$$\eta = 0, \sigma^2 = \mu_2 = 1$$

e os momentos μ estão normalizados :

$$\mu_{r \text{ padrão}} = \frac{\mu_{r \text{ não padrão}}}{\sigma^r}$$

então obtém-se a série de Gram-Charlier tipo A :

$$f(x) = \alpha(x) \cdot \left[1 + \frac{1}{6} \cdot \mu_3 \cdot H_3 + \frac{1}{24} \left(\mu_4 - 3 \right) \cdot H_4 + \dots \right]$$

(2-43)

Esta fdp , é uma expressão em função dos momentos centrais e dos hermitianos. Pode-se notar que $f(x)$ é igual a $\alpha(x)$ quando os momentos centrais de ordem maior que 2 , são zeros .

2.9.4 Série de Edgeworth Tipo A

A série do tipo seguinte :

$$f(x) = \alpha(x) \cdot \exp \left\{ -k_3 \cdot \frac{D^3}{3!} + k_4 \cdot \frac{D^4}{4!} + \dots \right\} \quad (2-44)$$

foi derivada por Edgeworth no ano 1904 .Formalmente a equação (2-44)é igual à (2-43),a pesar de que Edgeworth reclamou que sua série representava melhor as funções de freqüência . O argumento era que os termos na (2-43) não tendem regularmente a zero , do ponto de vista dos erros elementares , assim que em geral nenhum termo pode-se desprezar com respeito ao termo precedente .Embora na sua série , e para propósitos práticos , pode-se tomar un n° finito de termos , e não considerar os outros termos [49] .

Os cumulantes da equação (2-35) , podem-se expressar (considerando $\mu_2 = 1$) :

$$\begin{aligned} k_1 &= 0 \\ k_2 &= 1 \\ k_3 &= \mu_3 \\ k_4 &= \mu_4 - 3 \\ k_5 &= \mu_5 - 10 \cdot \mu_3 \\ k_6 &= \mu_6 - 15 \cdot \mu_4 - 10 \cdot \mu_3^2 + 30 \end{aligned} \quad (2-45)$$

e os c_i em função destes cumulantes formam as equações 2-46 :

$$c_0 = 1 \quad c_1 = c_2 = 0$$

$$c_3 = \frac{k_3}{6}$$

$$c_4 = \frac{k_4}{24}$$

$$c_5 = \frac{k_5}{120}$$

$$c_6 = \frac{1}{720} \cdot \left(k_6 + 10 \cdot k_3^2 \right)$$

Se $f(x)$ está calculada com medida padrão :

$$\eta = 0, \quad \sigma^2 = \mu_2 = 1$$

e os cumulantes k estão normalizados , então :

$$k_{r \text{ padrão}} = \frac{k_{r \text{ não padrão}}}{k_{2 \text{ não padrão}}^{r/2}} = \frac{k_{r \text{ não padrão}}}{\sigma^r} \quad (2-47)$$

e se obtem a série de Edgeworth tipo A :

$$f(x) = \alpha(x) \cdot \left[1 + \frac{1}{6} \cdot k_3 \cdot H_3 + \frac{1}{24} \cdot k_4 \cdot H_4 + \right. \\ \left. + \frac{1}{120} \cdot k_5 \cdot H_5 + \frac{1}{720} \cdot \left(k_6 + 10 \cdot k_3^2 \right) \cdot H_6 + \dots \right] \quad (2-48)$$

Esta fdp , é uma expressão em função dos cumulantes e dos hermitianos. Pode-se notar que $f(x)$ é igual a $\alpha(x)$ quando os cumulantes de ordem maior que 2 , são zeros .

Na prática, as funções densidade podem-se representar com termos não maiores ao termo de H_6 .

A Função Distribuição de Probabilidade é facilmente encontrada .

Em forma discreta :

$$f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} c_r \cdot H_r(x) \cdot \alpha(x)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(l) \cdot dl = \sum_{r=0}^{\infty} c_r \int_{-\infty}^{\infty} H_r(l) \cdot \alpha(l) \cdot dl \implies$$

$$F(x) = - \sum_{r=0}^{\infty} c_r \cdot H_{r-1}(x) \cdot \alpha(x)$$

(2-49)

Em forma contínua :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(l) \cdot dl$$

Pôr a equação (2-48) na equação anterior, e trabalhando com a equação (2-37) obtem-se :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(l) \cdot dl + \alpha(x) \cdot \left[\frac{1}{6} \cdot k_3 \cdot H_2 + \frac{1}{24} \cdot k_4 \cdot H_3 + \dots \right]$$

(2-50)

2-10 RESUMO

Usando o conceito de momentos (equações 2-2 e 2-3) , e de funções características (equações 2-10 e 2-12) , pode-se definir os cumulantes através de uma igualdade (equação 2-23) , e encontrar o cumulante de ordem r de uma soma de n v.a. (equação 2-25) . Assim os cumulantes de ordem r , podem-se encontrar conhecendo-se os momentos centrais (equação 2-35). Sob a suposição de que uma fdp possa se expandir numa série de derivadas da função densidade normal padrão , pode-se encontrar a série de Gram-Charlier tipo A em função dos momentos centrais e dos hermitianos (equação 2-43) , e a série de Edgeworth tipo A em função dos cumulantes e dos hermitianos (equação 2-44) . Formalmente ambas equações são as mesmas quando se considera um número infinito de termos . Se o número de termos é finito a série de Gram-Charlier tipo A não tende regularmente a zero do ponto de vista dos erros elementares , assim que em geral nenhum termo pode-se desprezar com respeito ao termo precedente , enquanto que na série de Edgeworth tipo A , e para propósitos práticos , pode-se tomar um número finito de termos [49] . A diferença entre estas séries originaram discussões entre alguns autores [17,20],as que não sempre ofereceram clareza ao tema .

O cálculo dos índices de confiabilidade e produção estocástica de energia , envolve muitas convoluções e deconvoluções de muitas fdp (da carga e das unidades geradoras), fazendo o trabalho computacional lento . Para melhorar a eficiência computacional , adotou-se a técnica dos cumulantes que realiza ditas convoluções-deconvoluções , somando-subtraindo cumulantes , recuperando logo a curva de carga-duração equivalente por meio da série de Edgeworth tipo A . Por exemplo esta técnica é aproximadamente dez vezes mais rápida que a técnica de convolução numérica (item 3.2.3).

CAPÍTULO 3

MODELAGEM ANALÍTICA OU PROBABILÍSTICA DA CARGA , GERAÇÃO , E PILHA DE CARREGAMENTO.

3.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo se considerará um modelo probabilístico para modelar a carga , geração e a pilha de carregamento, que são a base de dados para o algoritmo de cálculo . Esses modelos são estudados em forma independente , sendo que a interação deles será vista no próximo capítulo.

3.2 DIFERENTES MODELOS de um SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

3.2.1 Introdução

Existem em princípio três possibilidades de analisar um Sistema Elétrico de Potência (SEP) , para calcular a produção e os índices de confiabilidade :

- Método de Simulação (Método de Monte Carlo).
- Método Analítico ou Probabilístico .
- Método Híbrido .

3.2.2 Método de Simulação - Método de Monte Carlo

Em geral o método de Monte Carlo [60], é um procedimento que envolve o uso de técnicas estatísticas de amostragem , para obter uma solução aproximada do problema matemático . No campo do SEP , modela-se o sistema por um processo estocástico , cuja operação é simulada repetidas vezes e os correspondentes resultados são tratados como dados experimentais , obtidos da operação do sistema real . O problema básico na aplicação deste método , é a necessidade de obter dados para a reconstrução das condições da operação do sistema num dado instante . Para isso , se escolhe aleatoriamente o instante de tempo para examinar os valores de carga a ser considerados , e a disponibilidade dos elementos do SEP . A chave para a solução , é a capacidade de gerar números aleatórios numa distribuição de tipo uniforme no intervalo 0-1 . Este modelo apresenta um grande problema : o tempo computacional envolvido na simulação .

3.2.3 Método Analítico

Em geral é necessário fazer simplificações e considerar hipóteses na formulação dos métodos , para obter os resultados procurados . As hipóteses comuns aos métodos são :

- O sistema está composto de n UGs. independentes , cada uma destas com uma potência disponível G_j (v.a.) . A potência total gerada é a v.a. seguinte :

$$G = G_1 + \dots + G_n$$

- A demanda dos consumidores D (v.a.) , é independente da Disp. das UGs , então pode-se definir a v.a. reserva R (ver item 3.4.3) , como :

$$R = G - D$$

e a capacidade equivalente D_E (ver item 4.2.2) como :

$$D_E = D + \sum_j \left\{ G_j^{\text{nominal}} - G_j \right\}$$

aonde G_j^{nominal} é a potência determinística nominal da geração , e G_j a potência aleatória de disponibilidade da unidade geradora j . A diferença dada entre chaves é a capacidade indisponível da unidade geradora j (ver ponto 3.4.4) . Por estes motivos , a curva de carga-duração vistas pelas unidades remanescentes , se desloca para a esquerda quando se carregam as unidades geradoras considerando seus modelos de disponibilidade , e se desloca para a direita, formando a curva de carga-duração equivalente , quando se consideram seus modelos de indisponibilidade . Como se trata de uma soma ou subtração de v.a. independentes , pode-se aplicar os conceitos de independência e convolução dados no CAPÍTULO 2, e no APÊNDICE A.

Alguns destes métodos analíticos são : Convolução Discreta , Transformada Rápida de Fourier , Técnica dos Grandes Desvios , Cumulantes , outros .

1) Convolução Discreta :

A fdp da v.a. D_E , f_{DE} , está dada pela convolução das fdp das v.a. envolvidas , $f_{G_j^i}$ e f_D , (31) . Em forma recursiva fica :

$$\begin{aligned} D_E &= \left(\dots \left(\left(\left(D + G_1^i \right) + G_2^i \right) + \dots \right) + G_n^i \right) \\ f_{DE} &= \left(\dots \left(\left(\left(f_D * f_{G_1^i} \right) * f_{G_2^i} \right) * \dots \right) * f_{G_n^i} \right) \end{aligned}$$

G_j^i é a geração indisponível da unidade j . A convolução se aplica um a um .

Se $\delta(\cdot)$ é a função impulso, a fdp discreta do modelo de Disp. (Indisp.) da UGi, $f_i(x)$, e a fdp da UGj, $f_j(x)$, podem ser expressas como segue :

$$f_i(x) = \sum_{m=1}^r \alpha_m \cdot \delta(x-a_m)$$

$r = n^\circ$ de impulsos de valor α_m nas capacidades a_m .

$$f_j(x) = \sum_{m=1}^s \beta_m \cdot \delta(x-b_m)$$

$s = n^\circ$ de impulsos de valor β_m nas capacidades b_m .

$$f_{ij}(x) = f_i(x) * f_j(x) = \sum_{m=1}^u I_m \cdot \delta(x-c_m)$$

$$u = r \cdot s \quad I_m = \alpha_m \cdot \beta_m \quad c_m = a_m + b_m$$

Para realizar a convolução discreta de forma eficiente, convém dividir o intervalo de variação da função (convolução resultante) num número fixo de intervalos Δ (v.a. de tipo grade), onde serão concentrados e transformados os impulsos vizinhos I , em impulsos I_k e I_{k+1} , como se ve na FIGURA 3-1. Esta técnica de arredondamento, conduz à obtenção de uma boa aproximação para a $f(x)$. Deve-se usar passo comum Δ , tanto para o modelo de geração como para a carga. Controlando-se o passo Δ , assim como desprezando valores de I_k pequenos, consegue-se reduzir o esforço computacional deste método, que é seu principal problema.

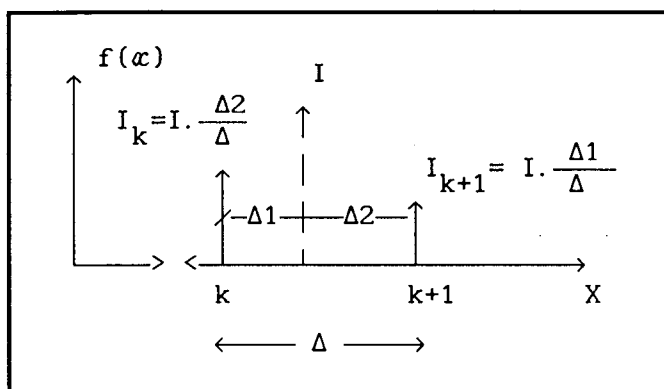


FIGURA 3-1

2) Transformada Rápida Discreta de Fourier (FFT) :

Seja $f_1(x)$ a fdp da potência disponível da UGi , e $h_1(l)$ sua transformada discreta de Fourier . Este método baseia-se na seguinte propriedade : a operação convolução de funções $f_1(x)$ no domínio do tempo , corresponde à operação produto das transformadas $h_1(l)$ no domínio da frequência , pode-se então escrever [31,34] :

$$f(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_n(x)$$

$$h(l) = h_1(l) \cdot h_2(l) \cdot \dots \cdot h_n(l)$$

A operação produto é mais eficiente em termos computacionais, que a operação convolução , e depois de se obter $h(l)$ recupera-se a $f(x)$ mediante a transformada inversa de Fourier .

3) Técnica dos Grandes Desvios ou Método Aproximado de Esscher :

O índice de confiabilidade chamado LOLP (será visto no ponto 4.3.3) , é um valor muito pequeno , que se calcula na extremidade da cauda da distribuição em estudo , e que está então sujeito a erros de cálculo . O método busca aproveitar a melhor aproximação da parte central da curva normal , deslocando a distribuição em direção à potência considerada . Feito isso , se faz a aproximação normal e calcula-se a probabilidade para a potência dada . Finalmente , compensa-se este valor de acordo com o deslocamento realizado inicialmente [27,61] .

4) Cumulantes :

Consiste basicamente , em aproximar a fdp da potência total disponível por uma série truncada de Edgeworth tipo A .

A grande vantagem que tem este método respeito aos anteriores , é a sua eficiencia computacional (uma ordem de grandeza maior que o método de convolução numérica) , unida a uma boa precisão se o parque gerador analisado está bem condicionado (UGs com TIF maiores ao 10 % , potência individual das UGs não maiores que um 10% da capacidade instalada) , e a curva de carga-duração não se afasta demasiado da normal.

A rapidez deste método , em convolver- deconvolver fdp (somar- subtrair cumulantes) , assim como em recuperar a fdp da potência total disponível (curva de carga-duração equivalente) através da série de Edgeworth tipo A , fazem dele o adequado para resolver as questões dos próximos Capítulos .

5) Outros Métodos:

Existem outros métodos [16,26,28,36,41,42] , que permitem obter a Curva de Carga-Duração Equivalente de diferentes formas , e a partir daí realizar os cálculos correspondentes .

3.2.4 Método Híbrido

Combina métodos analíticos e simulação de Monte Carlo . A ideia básica é usar uma técnica analítica simples , que aproxime uma primeira solução para um modelo mais elaborado num esquema de simulação de Monte Carlo [46] .

3.3 MODELAGEM da DEMANDA de ENERGIA ELÉTRICA

A Curva de Carga ou Demanda (FIGURA 3-2 a) , representa a variação da potência dos consumidores ao longo do tempo .

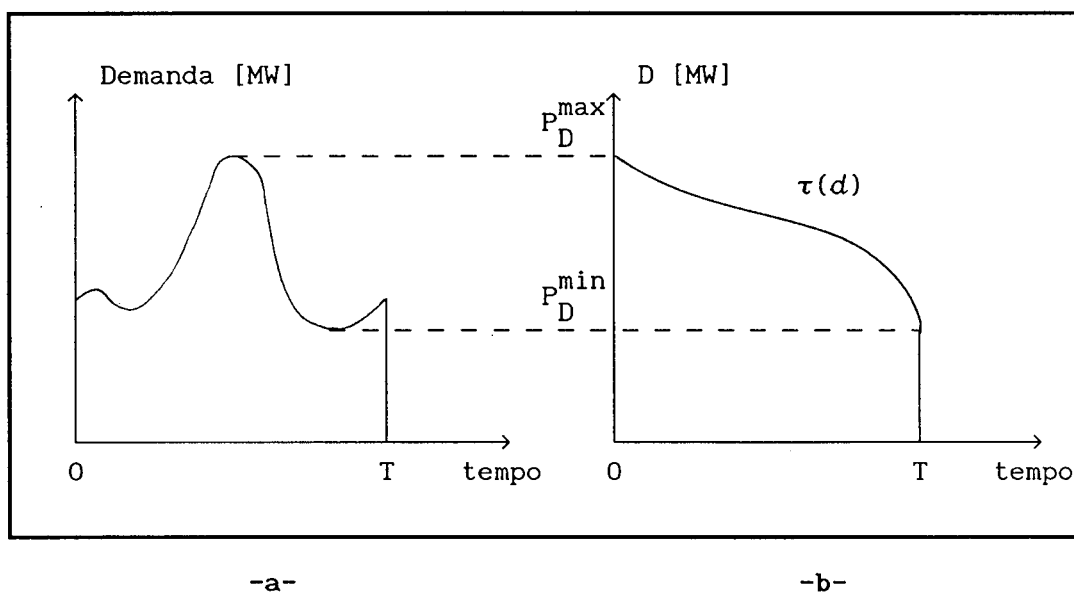


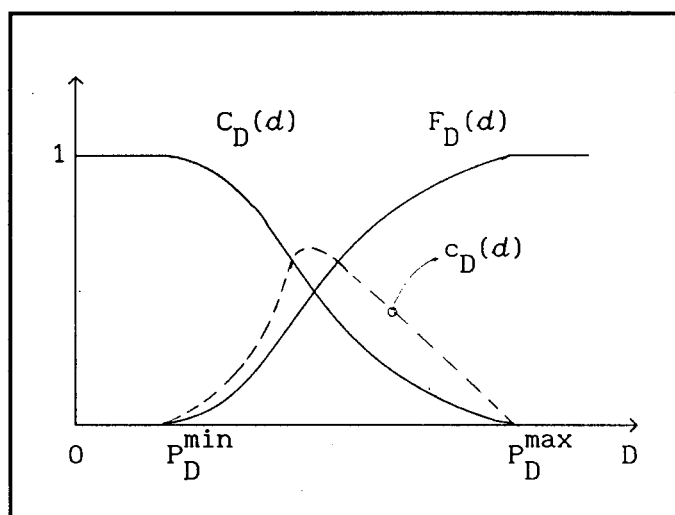
FIGURA 3-2

O período de tempo T a ser considerado depende do tipo de estudo que se quer realizar ; pode variar de 1 dia a 1 ano . A forma da curva varia de acordo com o dia (sábado , domingo , feriado , um dia qualquer entre segunda e sexta feira) , a estação do ano , etc. . Esta Curva de Carga pode ser transformada numa Curva Carga Duração (CCD), como se mostra na FIGURA 3-2b.

Se D é a Demanda Variável(variável aleatória), e d um valor particular da demanda , $\tau(d)$ é o tempo em que a Demanda D é maior ao valor d . Normalizando a variável tempo , obtem-se :

$$C_D(d) = \frac{\tau(d)}{T} \implies 0 \leq C_D(d) \leq 1$$

A CCD normalizada pode ser vista então como uma Função Distribuição de Probabilidade Complementar chamada $C_D(d)$ (FIGURA 3-3) :



$F_D(d)$ = FDP da demanda

$$C_D(d) = 1 - F_D(d)$$

$$C_D(d) = P [D > d]$$

(3-1)

FIGURA 3-3

A função densidade de probabilidade da demanda $c_D(d)$, para D uma v.a. contínua , é :

$$c_D(d) = - \frac{dC_D(d)}{dd}$$

(3-2)

Como na prática as demandas são planejadas numa base horária , a função Carga-Duração é discreta , com intervalos de igual probabilidade $1/T$, (FIGURA 3-4a) :

$$c_D(d_i) = P [D = d_i] = \frac{1}{T} \quad (3-3)$$

$i = 1, \dots, Nt$

Nt = número de intervalos de tempo

A CCD discreta , fica como mostra a FIGURA 3-4b :

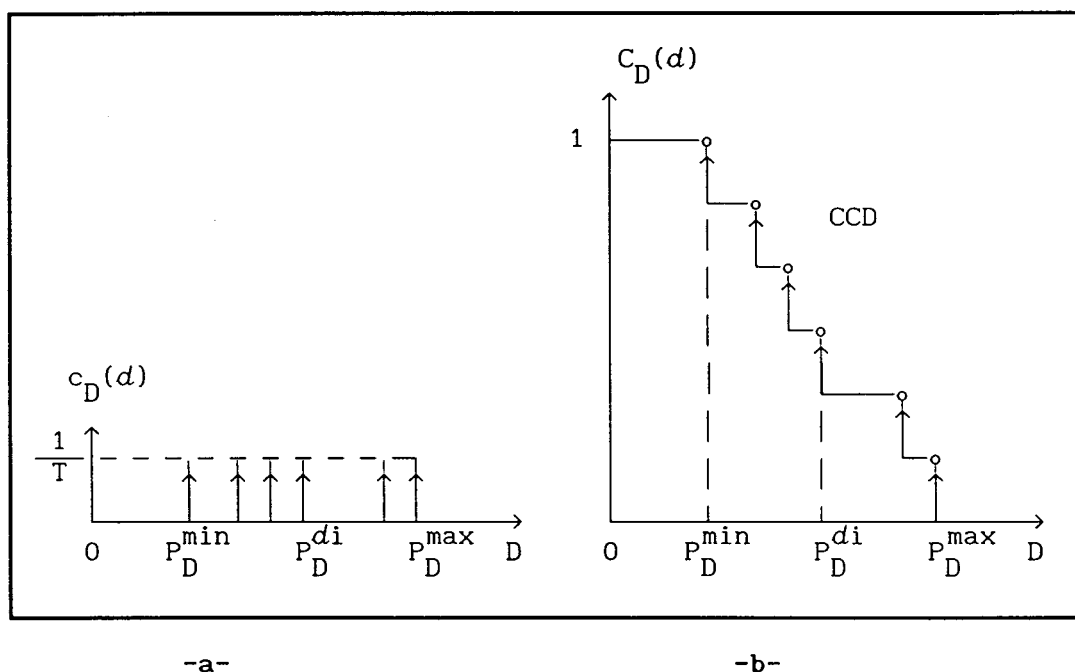


FIGURA 3-4

Na prática a curva CCD será considerada como uma estimativa da expectância da v.a. (assim considera-se neste trabalho). As vezes toma-se em conta a existência de uma componente aleatória \mathcal{D}_{AD} (FIGURA 3-5) , em torno desse valor de expectância [7,18,44,54] .

Esta D_{AD} representa o erro na predição de carga , e as variações de carga que dependem dos consumidores :

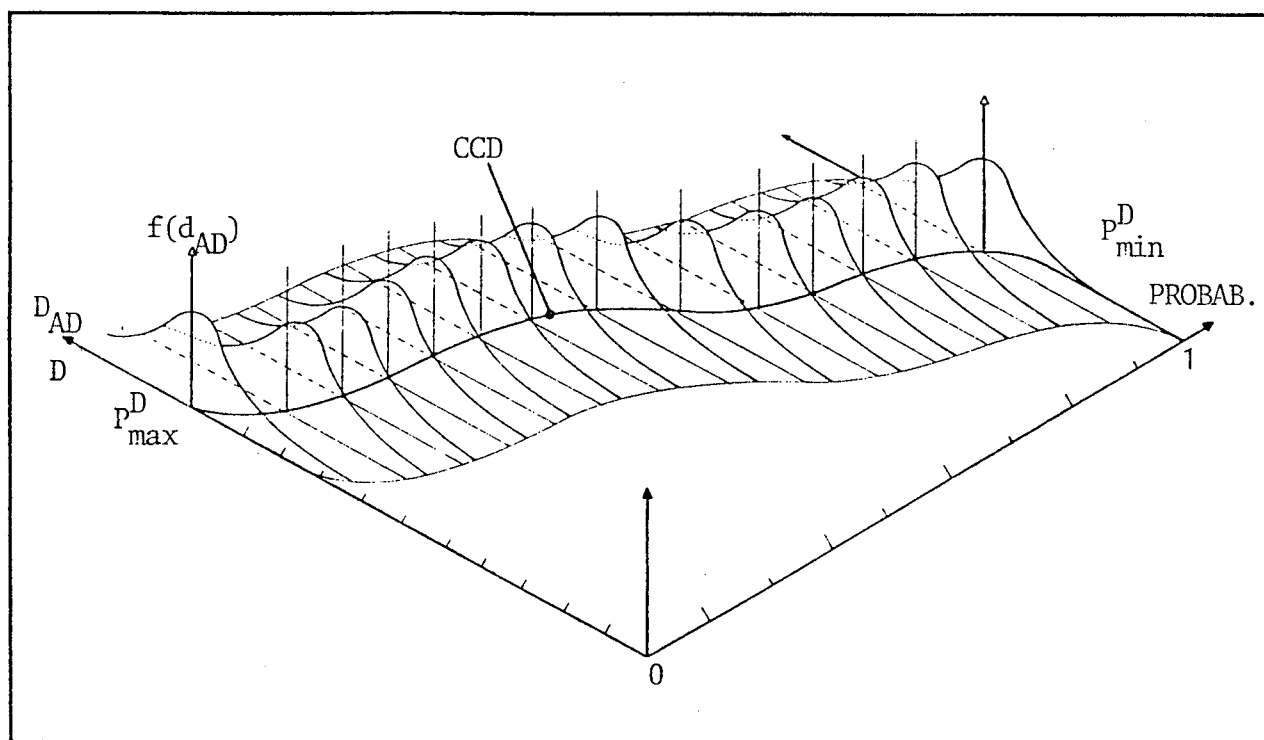


FIGURA 3-5

Cálculo de outras CCD : Realiza-se a partir de uma Curva de Carga-Duração típica , CCD_t , e assumindo que a forma das outras Curvas CCD_i (sábado, domingo, etc.) são proporcionais . A expressão fica então:

$$CCD_i = k_c \cdot CCD_t$$

(3-4)

k_c = constante de proporcionalidade

3.4 MODELAGEM da UNIDADE GERADORA

3.4.1 Introdução

A confiabilidade de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) depende por uma parte , da confiabilidade das Unidades Geradoras (UGs). Um modelo , para levar em conta as UGs. , tem que dar informação acerca das potências correspondentes a suas saídas forçadas e das probabilidades associadas . As saídas forçadas são v.a. , portanto a sua ocorrência e duração não se podem predizer .O modelo de Disponibilidade (Disp.) ou Indisponibilidade (Indisp.) a dois ou mais estados de uma UG ,pode ser expresso como uma função densidade de probabilidade (fdp) de v.a. discretas .

3.4.2 Modelagem de uma UG a Dois Estados

O modelo de Disp. ou Indisp. a dois estados de uma dada UG ,é usualmente descrito por sua Taxa de Indisponibilidade Forçada (TIF) . Em realidade esta taxa é uma probabilidade associada a uma v.a. de potência , e calculada como :

$$\text{TIF} = \frac{t_{fs}}{t_{fs} + t_s} = q \quad (3-5)$$

t_{fs} = tempo em horas , em que a UG está fora de serviço .

t_s = tempo em horas , em que a UG está disponível para a operação .

A probabilidade que a UG esteja em serviço chama-se **disponibilidade**, e é definida como :

$$p = 1 - q$$

(3-6)

O modelo probabilístico a dois estados ,aplicado às UGs., reúne toda faixa de operação da unidade em somente um estado operacional , correspondente à potência nominal da unidade . Pode-se adotar este modelo para UGs térmicas , e nucleares .

Estes modelos não levam em conta os estados de operação com capacidade reduzida , nem as paradas programadas para manutenção . A TIF varia ao longo do tempo , e principalmente , no início e no fim da vida útil da UG , fora do período de estudos ; é , portanto uma aproximação razoável para a maior parte da vida útil da unidade .

Supõe-se que os valores de capacidade nos modelos de Disp e Indisp. , são determinísticos , mas na verdade não é assim , já que as UGs.hidráulicas dependem da altura de queda , e as térmicas da temperatura d'água de refrigeração , etc..

Gráficamente o Modelo de Disp. a dois estados , tanto sua fdp , e sua FDP , estão mostradas nas FIGURAS 3-6a e 3-6b, e o modelo de Indisp. nas FIGURAS 3-7a e 3-7b :

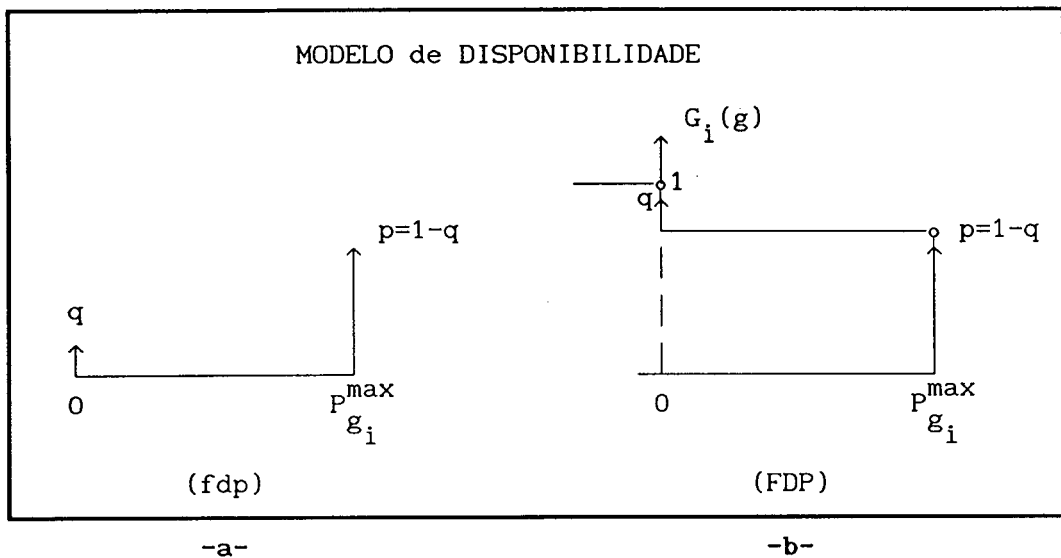


FIGURA 3-6

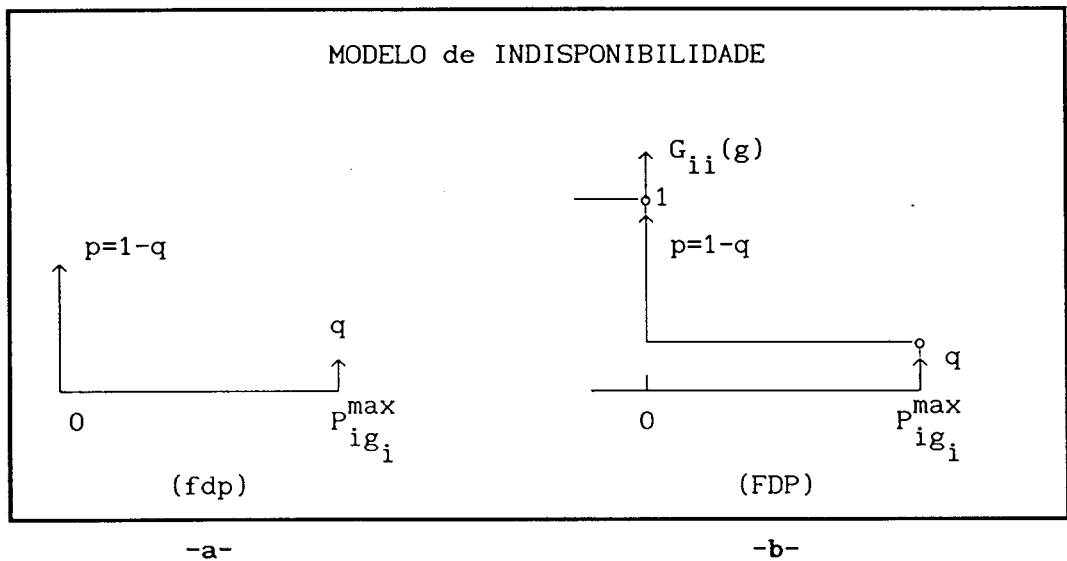


FIGURA 3-7

$P_{g_i}^{\max}$ = potência máxima que a UG_i pode entregar, no modelo de Disp.

$P_{ig_i}^{\max}$ = potência máxima que a UG_i pode entregar, no modelo de Indisp.

$G_i(g)$ = FDP da UG_i no modelo de Disp..

$G_{ii}(g)$ = FDP da UG_i no modelo de Indisp..

Supor que a UG [5,53,55,59] :

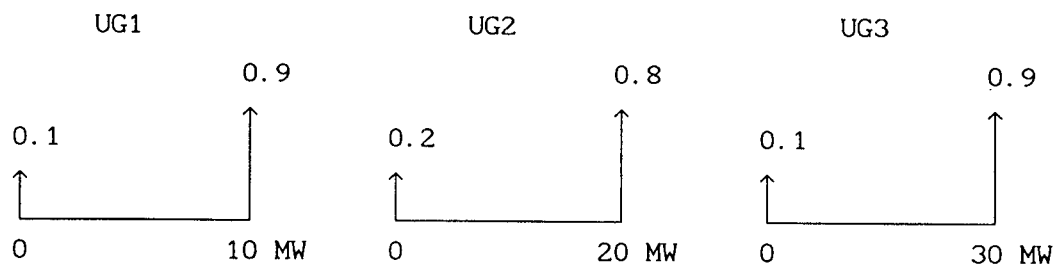
- 1) Tenha um modelo de Disp. , independente de seu nível de geração , da demanda , e dos modelos de Disp. das outras UGs..
- 2) Trabalha a dois estados :
 - Estado Em Serviço , entregando potência máxima com uma probabilidade p .
 - Estado Fora de Serviço , entregando potência zero com uma probabilidade q .

então a capacidade de geração que está fora de serviço devido às saídas forçadas , é multinomialmente distribuída , com as probabilidades de saídas forçadas como parâmetros . O nível distribuído de capacidade disponível , resulta numa combinação com 2^n valores , sendo n o número de UGs.. Como o modelo de Disp.de cada UG é independente das demais , e a potência gerada total é a soma das potências geradas individuais obtem-se uma soma de v.a. independentes , então pode-se aplicar a convolução seguinte :

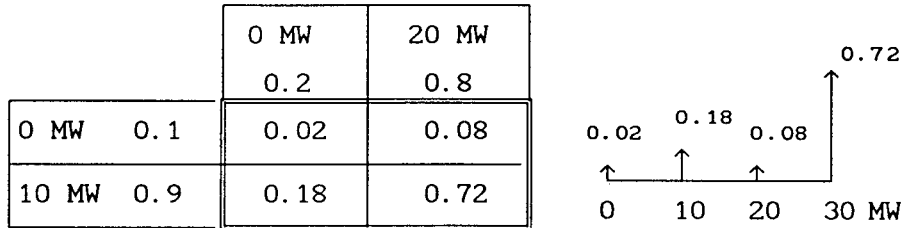
$$\text{Disp.UG} = \text{Disp.UG1} * \dots * \text{Disp.UGn} \quad (3-7)$$

aonde Disp.UG , é a fdp resultante (modelo de Disp. resultante) da convolução das n UGs., o que é equivalente a ter uma UG com esse modelo de Disp. resultante .

EXEMPLO 3-1 : Dadas três UGs. com os seguintes modelos de Disp.:



Se faz a convolução entre os modelos de UG1 e UG2 , resultando :



agora se faz a convolução deste resultado com o modelo de UG3 :

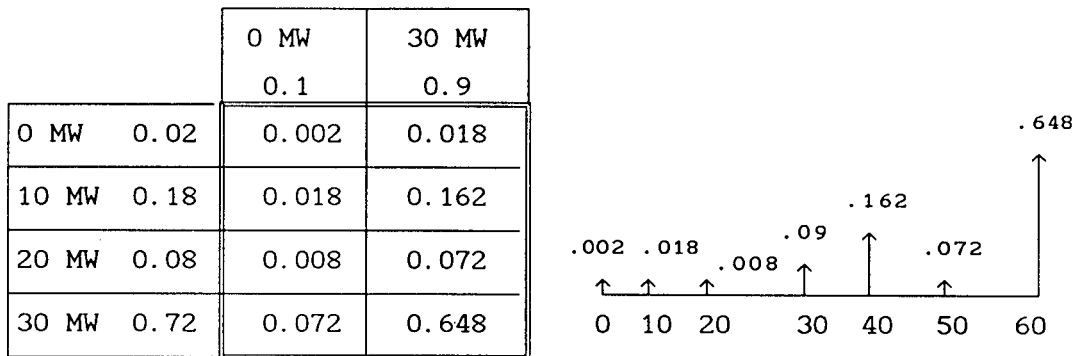


FIGURA 3-8

Pode-se observar que a convolução resultante das 3 UGs. , é uma função densidade de probabilidade , para tanto deve cumprir com :

$$\sum_i fdp_i = 0.002 + 0.018 + 0.008 + 0.09 + 0.162 + 0.072 + 0.648 = 1$$

$i = n^0$ de estados resultantes $= 2^3 = 8$ valores de potências disponíveis .

Mas , na FIGURA 3-8 só aparecem 7 . Isso se deve a que se pode chegar ao nível de potência de 30 MW , de duas maneiras diferentes :

- Somando 0 MW do resultado da convolução de UG1 com UG2 com os 30 MW da UG3.
- Somando 30 MW do resultado da convolução de UG1 com UG2 com 0 MW da UG3 .

O esforço de calcular as 2^n valores de potência, cresce exponencialmente quando n se incrementa, então dito esforço pode resultar muito grande se n é grande.

3.4.3 Modelagem de UGs. Iguais a Dois Estados

Supor que o sistema em estudo está composto de N_u usinas com N_{iu} unidades de igual capacidade c_{iu} , e FOR q_i , [22,61], aonde:

N_u = número de usinas.

N_{iu} = número de UGi da usina u

c_{iu} = capacidade disponível da UGi da usina u .

q_i = taxa de Indisp.da UGi

$$C_{iu} = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ com probabilidade } q_i. \\ c_{iu}, \text{ com probabilidade } 1-q_i = p \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Modelo de Disp.} \\ \text{a dois estados} \end{array}$$

Esta é uma v.a. com distribuição de Bernoulli. A capacidade de uma usina é modelada por uma v.a. binomial C_u , que é a soma de N_{iu} v.a. de Bernoulli, supostas independentes e idênticamente distribuídas:

$$C_u = \sum_{i=1}^{N_{iu}} C_{iu}$$

Sua função densidade de probabilidade é definida como :

$$f_{C_u}(c) = \binom{N_{iu}}{c} \cdot q_i^c \cdot (1-q_i)^{N_{iu}-c}, \text{ com } c = 1, \dots, N_{iu}$$

Para um dado periodo de tempo, a potência ou capacidade disponível é dada por:

$$W = \sum_{u=1}^{N_u} C_u$$

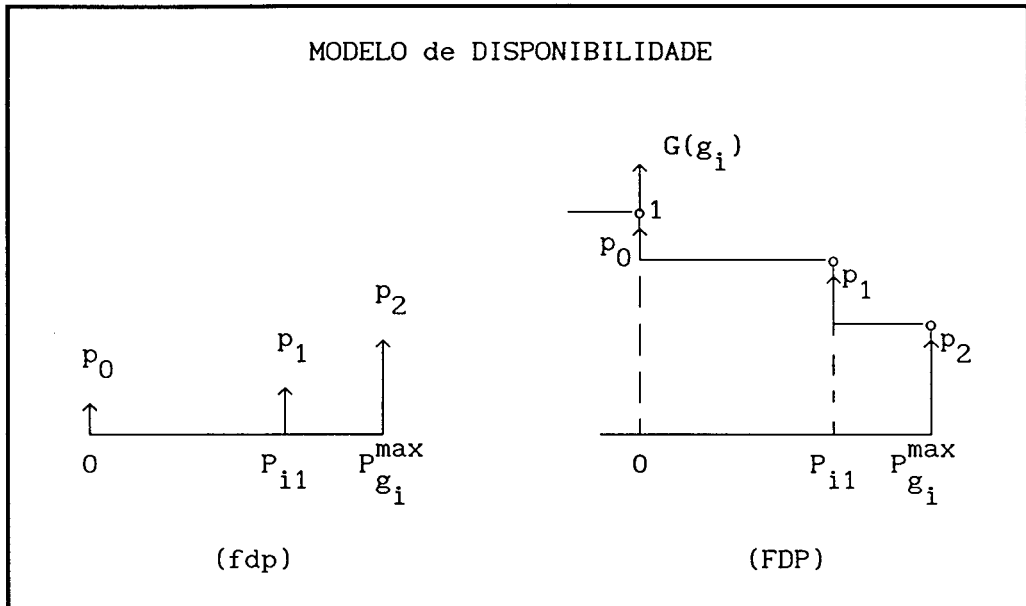
Como as v.a. C_u são independentes entre si , f_W é a convolução das distribuições das capacidades de cada usina :

$$f_W = f_1 * \dots * f_{C_{N_u}} \quad (3-8)$$

3.4.4 Modelagem de uma UG a Múltiplos Estados

Quando as UGs. trabalham a potências reduzidas (derated powers), devido a, por exemplo, falhas em circuitos de admissão de combustível, os Modelos de Disp. e Indisp. alteram-se , como se vê nos próximos exemplos.

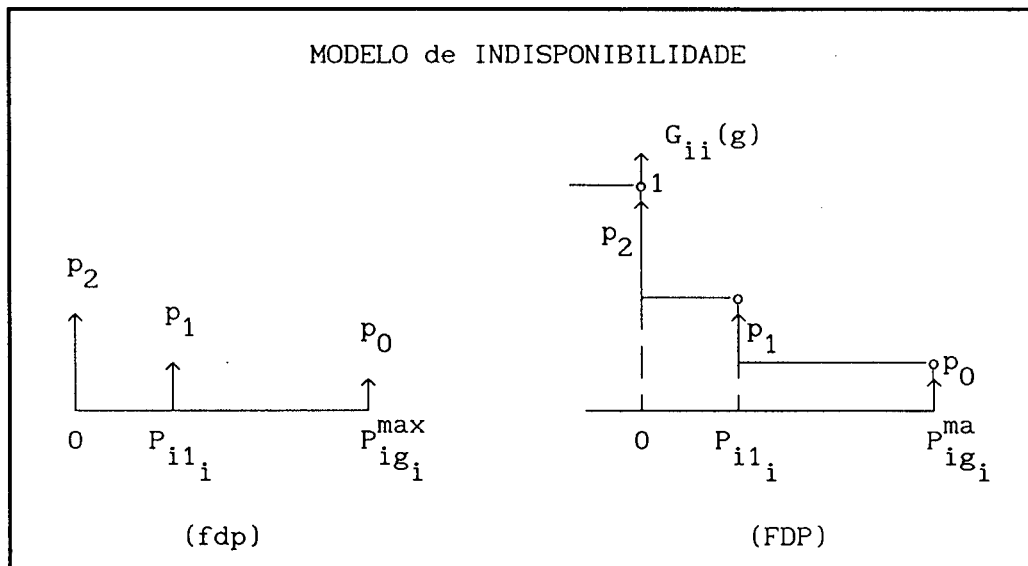
Exemplo 3-2 : Para uma UG a três estados , os modelos ficam como se mostram nas FIGURAS 3-9 e 3-10 seguintes :



-a-

-b-

FIGURA 3-9



-a-

-b-

FIGURA 3-10

P_{i1} = potência reduzida que a UG_i pode entregar , no modelo de Disp.

P_{i1_i} = potência reduzida que a UG_i pode entregar, no modelo de Indisp.

$$P_{i1_i} = P_{g_i}^{\max} - P_{i1}$$

Modelo de Disp. e Indisp. de uma UG a n Estados

O algoritmo de construção do modelo de Indisp. é :

$$P_{ir_i} = P_{in} - P_{i(n-r)} \quad (3-9)$$

E vice-versa :

$$P_{ir} = P_{in_i} - P_{i(n-r)_i} \quad (3-10)$$

Em ambos casos : $0 \leq r \leq n$

P_{ir} = potência da UGi no estado r , no modelo de disp..

P_{ir_i} = potência da UGi no estado r , no modelo de indisp..

$$\text{se } r = 0 \implies P_{i0} = P_{i0_i} = 0$$

$$\text{se } r = n \implies P_{in} = P_{in_i} = P_{g_i}^{\max} = P_{ig_i}^{\max}$$

Então do modelo de Disp. pode-se deduzir o modelo de Indisp., ou vice-versa.

Um modelo em relação ao outro tem uma simetria especular .

3.5 MODELAGEM da PILHA de CARREGAMENTO

3.5.1 Introdução

Dada uma demanda prognosticada , deve-se carregar as UGs.(consideradas no Unit Commitment) , numa determinada ordem , de tal forma que se atenda a carga com mínimo custo . O procedimento de carregar as UGs. , determinará o número , o tipo , e o nível de produção de cada uma destas ; sendo um fator fundamental para calcular o custo de operação do sistema gerador .

3.5.2 Curva de Custo Incremental

A curva Custo-Potência Gerada da UGi , $cp_i(P_{g_i})$, é uma curva que se encontra empiricamente , mas pode-se aproximar analiticamente , mediante um polinômio de ordem n :

$$cp_i(P_{g_i}) = AF_{i0} + AF_{i1} \cdot P_{g_i} + AF_{i2} \cdot P_{g_i}^2 + \dots + AF_{in} \cdot P_{g_i}^n \quad [$/h]$$

AF_{ij} = parâmetro j do polinômio correspondente à curva cp_i .

Neste trabalho se considerará até o termo quadrático (aproximação suficiente para este tipo de estudo [57]) :

$$cp_i(P_{g_i}) = AF_{i0} + AF_{i1} \cdot P_{g_i} + AF_{i2} \cdot P_{g_i}^2 \quad [$/h]$$

(3-11)

Então o Custo Incremental CI da UGi., CI_i , estará dado por :

$$CI_i = \frac{d \, cp_i(P_{g_i})}{d P_{g_i}} = AF_{i1} + 2 \cdot AF_{i2} \cdot P_{g_i} \quad [\$ / MWh] \quad (3-12)$$

As curvas c_i e CI_i , têm as formas mostradas nas FIGURAS 3-11a e 3-11b :

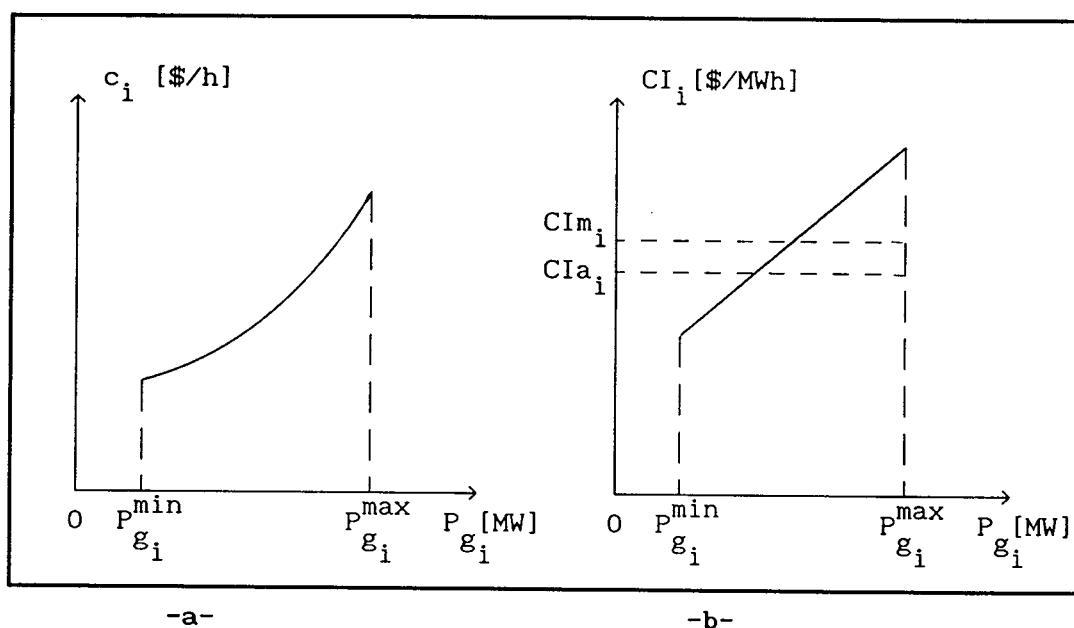


FIGURA 3-11

O valor de CIa_i (Custo Incremental adotado), poder-se-ia adotar como o valor médio do CI_i , CIi_i , mas não fornece o ótimo se a UGi não é de base, já que trabalhará com diferentes potências durante diferentes tempos. Então o valor de CIa_i será encontrado da seguinte forma:

$$CIa_i = Kx \cdot CIi_i$$

Kx = valor que está em função dos tempos que as UGs. fornecem diferentes níveis de potência. Quando a UGi trabalha na base, Kx vale 1.

3.5.3 Formas de Carregar as UGs

Duas maneiras possíveis no procedimento de carregar UGs., são [4,5,54] :

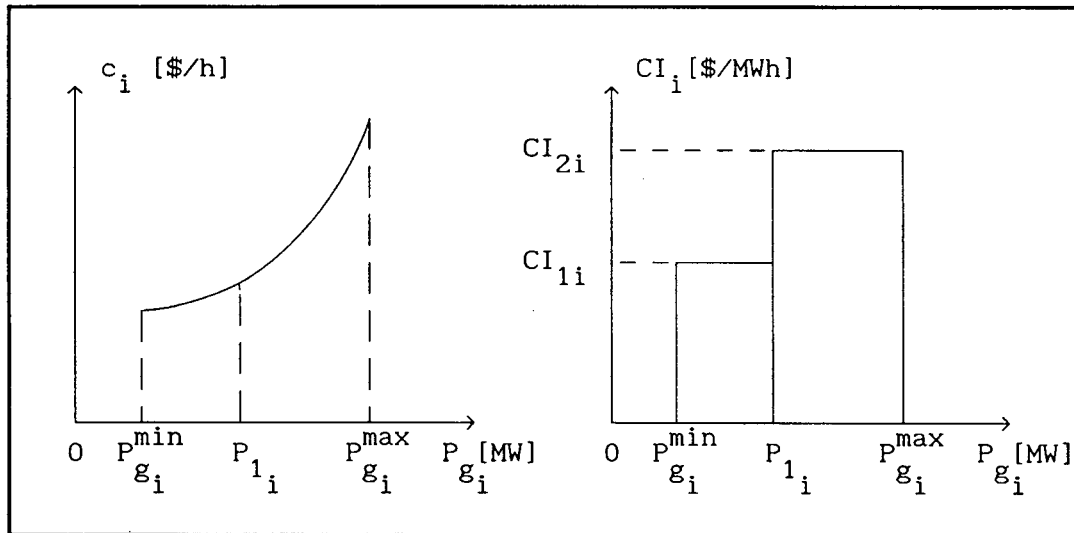
- 1) Minimizando custos de operação : ou seja igualando os Custos Incrementais das UGs. para um dado nível de demanda . Dita forma conhece-se como "Despacho Econômico". Mais é muito difícil calcular os custos de combustível , já que existem mudanças dinâmicas na demanda e na disponibilidade , que só podem-se tomar em consideração numa análise horária . Sómente os modelos de simulação que são capazes de realizar dita análise , poderam predizer o custo de operação mediante este método.
- 2) Mediante uma certa "Ordem de Mérito" : as UGs. serão carregadas segundo um ordem de seus custos de produção médios . A UG mais eficiente (com o menor custo de produção médio) , será carregada primeiro , trabalhando a uma potência determinada. Usando deste critério , se carregam as demais UGs. , até que a demanda seja alcançada. Esta forma é a mais conveniente para o cálculo de custos , e em conjunção com a Curva de Carga-Duração Equivalente (que será estudada no próximo capítulo), dará um bom algoritmo para encontrar o custo de operação do sistema gerador .

3.5.4 Segmentação do Bloco de Potência Total

Pode-se melhorar o critério 2) do item anterior, particionando o bloco de potência total de cada UG, em diversos blocos, cada um destes numa certa ordem de mérito (discussão nas referências [4 e 5]). Estes blocos podem estar ou não alocados em posições adjacentes na pilha de carregamento. Obviamente, quanto maior o número de blocos (nb) em que se subdivide-se um bloco total de uma UG, mais exato se torna o método.

Obs.: Se nb tende a ∞ , então o Ordem de Mérito tende ao Despacho Econômico

Então quando a UG_i não opera apenas na base, ou seja não trabalha a $P_{g_i}^{\max}$, e a curva de CI_i varia muito para diferentes potências, convém segmentar a UG_i em j blocos parciais de potências P_{ij} , como se mostra como se mostra nas FIGURAS 3-12a e 3-12b :



-a-

-b-

FIGURA 3-12

Exemplo 3-3 : Carregar 3 UGs. com seus CI_i parciais já calculados como se mostra nas FIGURAS 3.13a , 3-13b ,3-13c :

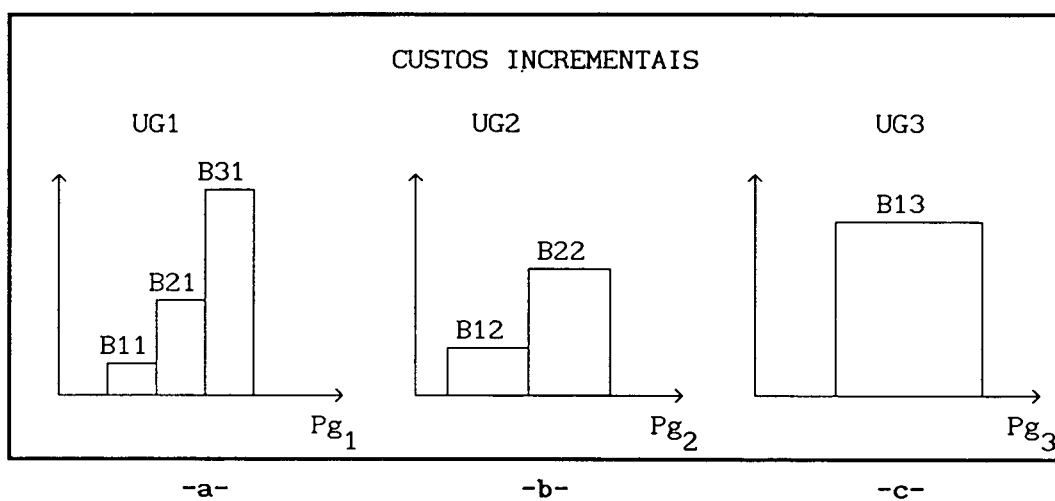


FIGURA 3-13

B_{ji} = Bloco número j da UG_i .

A ordem de carregamento se realiza em forma crescente dos CI , então para este exemplo , a ordem fica como se mostra na FIGURA 3-14 :

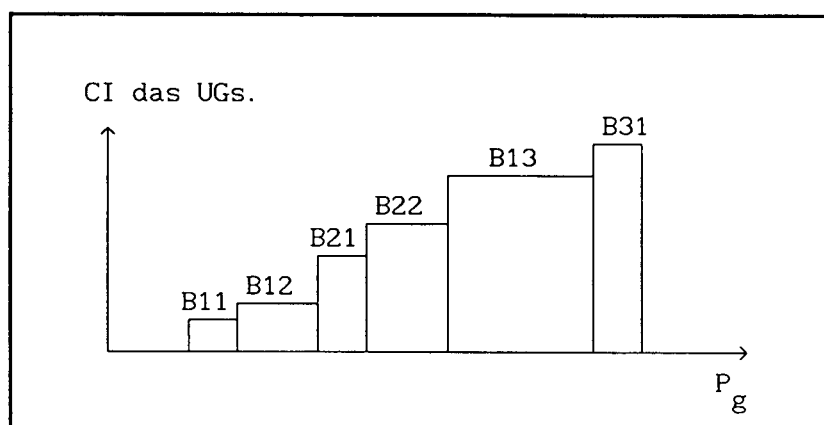


FIGURA 3-14

3.5.5 Modelagem de uma UG Multiestado-Multibloco

Uma UGi pode ter múltiplos estados (trabalhar a potências reduzidas) ; e múltiplos blocos (trabalhar com blocos parciais de potências). Para tanto deve-se contemplar este fato , na modelagem deste tipo de UGi . A seguir dois exemplos ilustrarão a forma de fazer o despacho dos blocos .

Despacho de uma UG a dois Estados e três Blocos : É mostrado nas FIGURAS 3-15 e 3-16 . Sempre que se tenha o modelo de Disponibilidade pode-se encontrar o modelo de Indisponibilidade (e vice-versa) .

Despacho de uma UG a quatro Estados e três Blocos : É mostrado nas FIGURAS 3-17 e 3-18 .

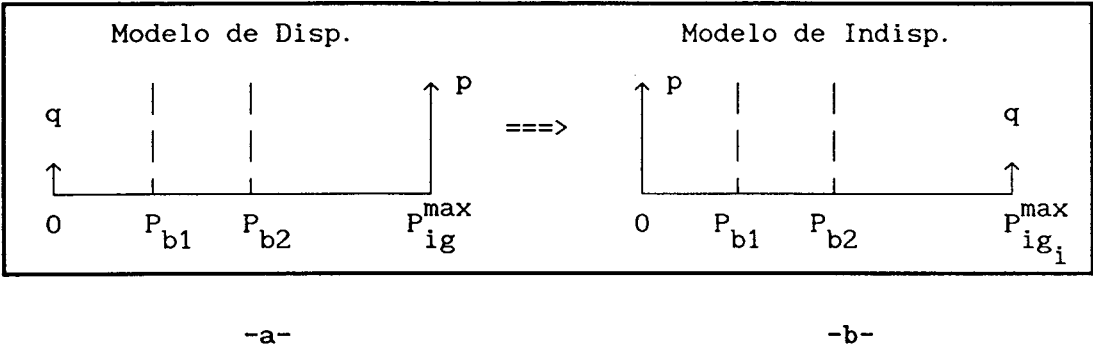


FIGURA 3-15

Agora se faz o despacho dos blocos de potência, segundo FIGURA 3-16:

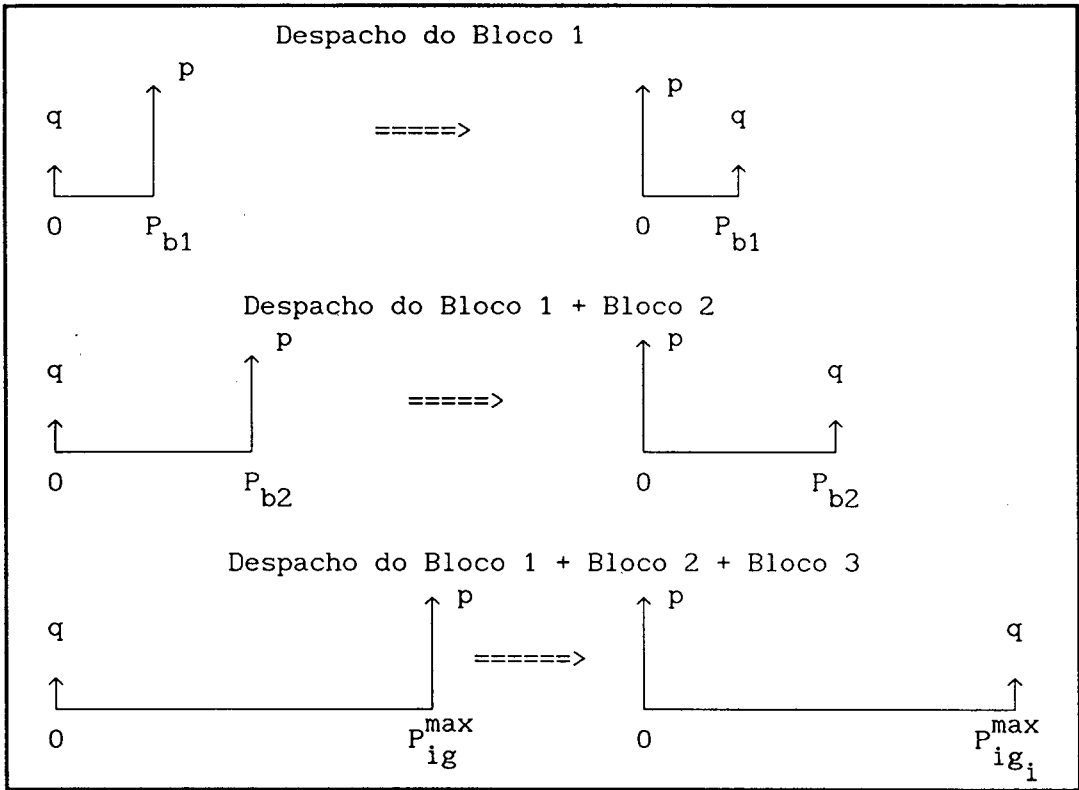


FIGURA 3-16

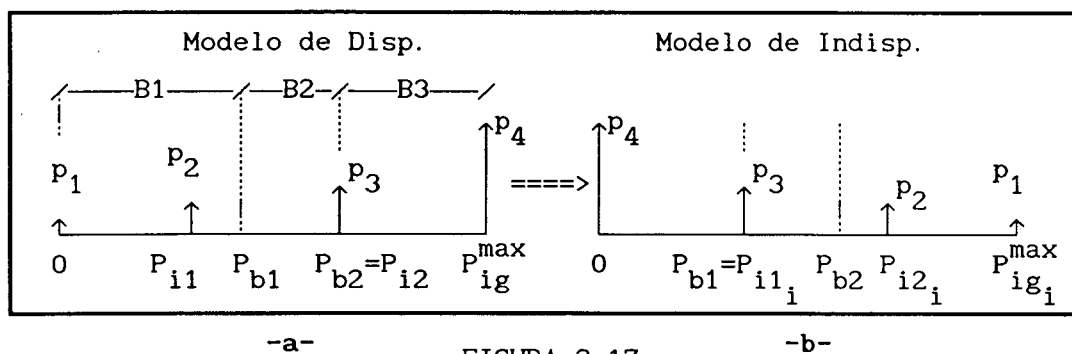


FIGURA 3-17

Agora se faz o despacho dos blocos de potência, segundo FIGURA 3-18:

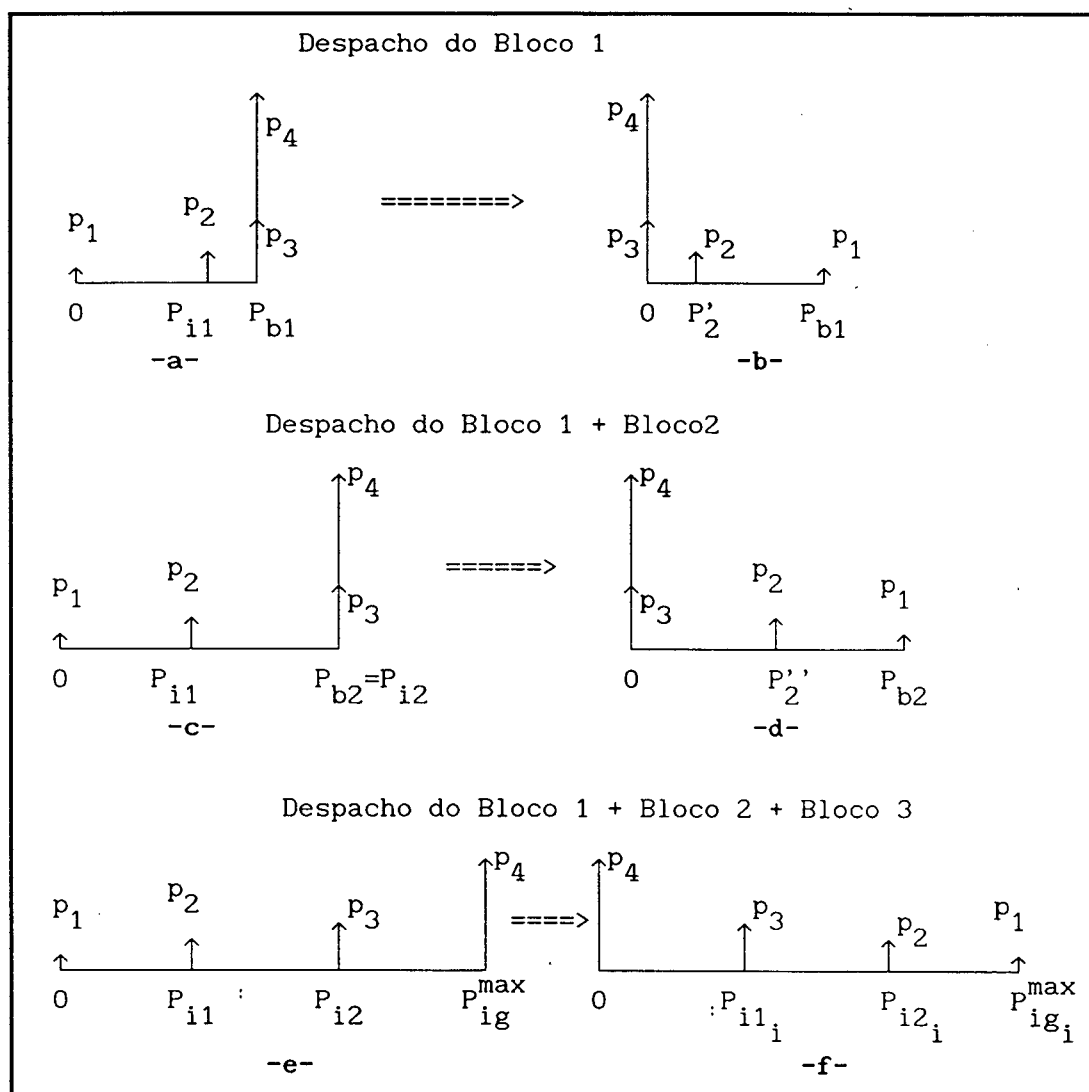


FIGURA 3-18

Os passos seguidos neste último exemplo , foram :

- 1) Do modelo de Disp. (FIGURA 3-17a) , despachar o bloco B1 (FIGURA 3-18a).
- 2) Encontrar o modelo de Indisp. para esse B1 (FIGURA 3-18b).
- 3) Do modelo de Disp. (FIGURA 3-17a) , despachar o bloco (B1+B2)
(FIGURA 3-18c).
- 4) Encontrar o modelo de Indisp. para (B1+B2) (FIGURA 3-18d)
- 5) Do modelo de Disp. (FIGURA 3-17a) , despachar o bloco total
de potência (B1+B2+B3) (FIGURA 3-18e).
- 6) Encontrar o modelo de indisp. para (B1+B2+B3) (FIGURA 3-18f).

Obs. :

- Pode-se ver nas FIGURAS anteriores, a simetria de tipo especular que existe entre os modelos de Disp. e Indisp., nos diferentes estágios de carga dos blocos de potência .
- Os blocos de potência não necessariamente devem coincidir com os segmentos de Disp. que correspondem aos pontos de saída forçada parcial da UG (UG a múltiplos estados) . Caso não existir coincidência dos pontos de disponibilidade com os limites dos blocos , adota-se no limite superior do bloco , a probabilidade correspondente à probabilidade acumulada dos pontos à direita do limite superior do bloco.
- No próximo capítulo se estudará em forma analítica , o que significa o fato de agregar ou tirar blocos , no processo de carregar as UGs..
- O algoritmo desenvolvido no Capítulo 4 , permitirá trabalhar com qualquer modelo de geração :
 - UGs de um bloco a dois estados .
 - UGs de um bloco a múltiplos estados .
 - UGs multiblocos a dois estados .
 - UGs multiblocos a múltiplos estados .

CAPÍTULO 4

CÁLCULO DO CUSTO DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE CONFIABILIDADE , USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES CONSIDERANDO APENAS UNIDADES GERADORAS SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA .

4.1 INTRODUÇÃO

Os modelos de planejamento de sistemas de geração , usam geralmente cálculos numéricos que requerem muito tempo computacional para determinar a produção de energia esperada gerada .

O Método dos Cumulantes , salva essa dificuldade , conservando sob certas hipóteses a precisão desejada. Basicamente , o que se quer encontrar é a Curva de Carga-Duração Equivalente (CCDE) . Para isso se realiza a convolução de funções densidade de probabilidade de uma soma de variáveis aleatórias . Uma variável aleatória (v.a) (tal como a indisponibilidade de um sistema) , que pode ser uma soma de v.a. consideradas independentes , pode-se caracterizar por cumulantes equivalentes que são a soma dos cumulantes individuais das unidades geradoras (UGs) , e da carga (equação (2-25)) . A operação convolução-deconvolução é a soma-subtração destes cumulantes (daí a velocidade do cálculo) , os quais depois de padronizados , serão os coeficientes da série truncada de Edgeworth tipo A usada para obter a CCDE . Estes coeficientes corrigem os afastamentos da fdp encontrada depois da convolução , da curva normal padronizada . Com a CCDE já

construída , pode-se encontrar a energia esperada gerada pelas UGi Sem Limitação de Energia (USLE) e seus custos associados , assim como também os índices de confiabilidade . O grau de precisão com que se recupera a CCDE , dará o grau de precisão dos resultados obtidos .

4.2 CURVA de CARGA-DURAÇÃO EQUIVALENTE

4.2.1 Introdução

A necessidade de uma melhor ferramenta para levar em conta a natureza aleatória dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP), resultou no desenvolvimento de uma versão modificada da Curva de Carga-Duração (CCD) , chamada Curva de Carga-Duração Equivalente (CCDE) .Esta foi usada primeiramente por Baleriaux et al.[1] , e depois por Booth R.R.[3,4] e Joy and Jenkins [6] . A CCDE usa-se exitosamente no cálculo do custo esperado de geração e índices de confiabilidade , já que é função tanto das características da demanda como da geração .Assim , qualquer mudança nos parâmetros do SEP é refletida nesta curva .

4.2.2 Definição e Interpretação da CCDE

Na CCD , a demanda de potência identifica-se só com a carga dos usuários . Para levar em conta todos os fatores que competem pela capacidade de geração , estende-se o conceito da CCD , incluindo 4 componentes da demanda [1,4,54].

A Carga Equivalente ou Combinada , define-se como :

$$\mathcal{D}_E = \mathcal{D}_D + \mathcal{D}_{AD} + \mathcal{D}_M + \mathcal{D}_{SF} \quad (4-1)$$

\mathcal{D}_E = Demanda Equivalente

\mathcal{D}_D = componente Aleatória da Demanda dos usuários (CCD) , entre limites determinísticos

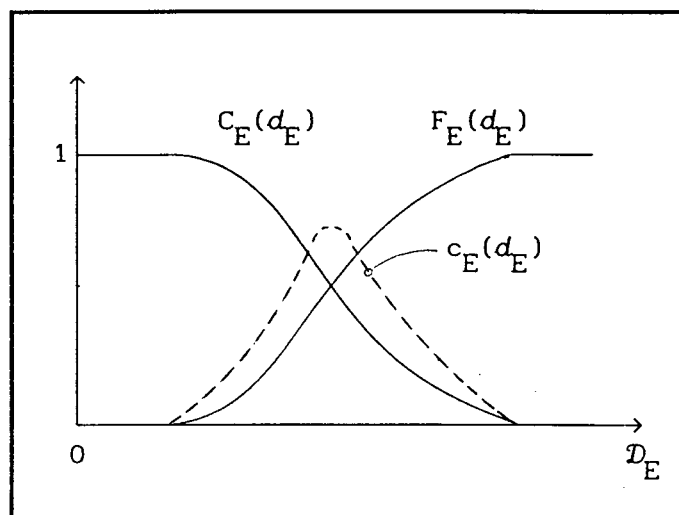
\mathcal{D}_{AD} = componente Aleatória da Demanda dos usuários .

\mathcal{D}_M = componente da "Demanda" devida à Manutenção das UGs..

\mathcal{D}_{SF} = componente da "Demanda" devida as Saídas Forçadas das UGs (indisponibilidade das UGs) .

As \mathcal{D}_M e \mathcal{D}_{SF} podem-se pensar , como uma "Demanda Própria" do SEP . A \mathcal{D}_D é a Curva de Carga Esperada dos consumidores, com a v.a. \mathcal{D}_{AD} distribuída em torno desta , geralmente numa forma "normal" (FIGURA 3-5) . Assim a CCD é convertida numa CCDE , que seria a Demanda do SEP que produziria o mesmo efeito diante de geradores 100% disponíveis .

A CCDE , pode ter a forma da FIGURA 4-1 , com certa semelhança com a CCD :



$F_E(d_E)$ = FDP da Carga Equivalente

$C_E(d_E) = 1 - F_E(d_E)$

FIGURA 4-1

A função densidade de probabilidade da Carga Equivalente , $c_E(d_E)$, para casos contínuos , é:

$$c_E(d_E) = - \frac{dC_E(d_E)}{dd_E} \quad (4-2)$$

A CCDE é quase paralela à CCD nas horas fora do pico de carga , enquanto que na cauda , a CCDE assemelha-se a uma agulha. Isso porque a cauda da demanda combinada , representa situações de grande demanda combinada , com muitas saídas forçadas , associadas estas com probabilidades muito pequenas e rapidamente decrescentes .

As probabilidades de saídas forçadas independem da carga dos consumidores , mas não da manutenção preventiva das UGs. . Isso porque cada planejamento da manutenção leva a diferentes combinações de UGs., e daí a diferentes probabilidades de falhas do sistema .

Neste trabalho se considerará o estudo dentro do período de manutenção (geração fixada), para tanto se ignorará a \mathcal{D}_M , além disso não se considerará a \mathcal{D}_{AD} , pelo que a demanda equivalente fica :

$$\boxed{\mathcal{D}_E = \mathcal{D}_D + \mathcal{D}_{SF}} \quad (4-3)$$

4.3 ÍNDICES de CONFIABILIDADE de GERAÇÃO

4.3.1 Introdução

O conceito de confiabilidade de um sistema de energia elétrica , está relacionado à eventual ocorrência de situações incompatíveis com os padrões operativos desejáveis . A avaliação do nível de desempenho de um sistema , é realizada por meio de uma coleção de indicadores , normalmente referidos como Índices de Confiabilidade . Tais índices nada mais são do que simples mensurações das diversas v.a. , que refletem os efeitos das incertezas inerentes ao próprio sistema .

4.3.2 Classificação dos Índices

Para a avaliação da Confiabilidade de um SEP , os índices podem-se classificar em [60] :

1) Estáticos : Não tomam em consideração os fenômenos transitórios que acontecem , quando ocorre uma saída forçada de um componente, e podem-se dividir em :

A) Monoparamétricos : O índice expressa-se somente por um parâmetro . Dão uma medição da eficiência do sistema durante o período de estudo , sem importar se a situação do sistema corresponde a um simples e longo evento , ou a um certo número de curtos eventos .

B) Biparamétricos : É uma combinação de dois parâmetros , cada um deles considera um aspecto específico do problema causado por uma saída forçada . A avaliação da confiabilidade de um SEP , não é medida somente pelo valor esperado médio anual (duração ou extensão) da quantidade que se quer medir , senão também por meio de sua frequência de ocorrências (número de vezes por ano) [2] .

2) Dinâmicos : Levam em conta os fenômenos transitórios que acontecem no sistema.

4.3.3 Definição dos Índices : LOLP e EENS

Os índices que se estudaram e calcularam , serão de tipo Estáticos e Monoparamétricos , e são os seguintes [44,58] :

LOLP (Loss Of Load Probability ou Probabilidade de Perda de Carga) :

É um índice que descreve a quantidade acumulada de tempo esperado num dado período (usualmente um ano), durante o qual o sistema experimentará um corte de energia . Quando se expressa a LOLP como uma fração de tempo, pode ser vista como a probabilidade de a carga do sistema exceder a capacidade disponível de geração num dado período .

LOLE (Loss Of Load Expectation ou Perda de Carga Esperada) :

É um índice que dá o número de unidades de tempo que a carga excede a capacidade disponível . Sua unidade é [dias/ano] , [horas/mês] , e está relacionada com o LOLP da seguinte forma :

$$LOLE = LOLP \cdot T$$

T = periodo de tempo em estudo.

Por exemplo :

$$LOLP = 0.1 \% \text{ ou } 0.001$$

$$LOLE = 0.001 \cdot 365 [\text{dias/ano}] = 0.365 [\text{dias/ano}]$$

A maior desvantagem da LOLP é que só indica a duração acumulada esperada das interrupções ; pode-se então ter diferentes sistemas com um mesmo LOLP , e existir entre eles grandes diferenças de energias não supridas . Isso leva a definição de outro índice de confiabilidade .

Obs :

Embora se aumente a potência do parque gerador , a LOLP é diferente de zero sempre que se considerem UGs com Disp. inferiores a 100% .

EENS (Expected Unsupplied Energy ou Energia Esperada Não Suprida) :

É um índice que dá a quantidade acumulada de energia requerida pelos usuários e não suprida pela incapacidade do sistema de atender a demanda . Como no caso anterior , pode-se ter diferentes sistemas com um mesmo EENS , mas um deles pode ter muitas interrupções de baixo valor de demanda , e algum outro ter uma interrupção com um alto valor de demanda não atendida . Os índices biparamétricos (frequência-duração) mostram esta diferença .

4.3.4 Obtenção Analítico-Gráfica do LOLP

Interessa conhecer qual é o valor de :

$$F_R(0^-) = P [R < 0] = P [D > G] = \text{LOLP} = \int_{-\infty}^0 f_R(\rho) \cdot d\rho \quad (4-4)$$

$R = G - D$ = Reserva de geração.

$P [D > G]$ = probabilidade que a Demanda seja maior que a Geração.

f_R = fdp da v.a. Reserva R .

F_R = FDP da v.a. Reserva R .

G e D estão definidas no ponto (3.2.3)

$$LOLP = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} f_G(\rho - \vartheta) \cdot f_D(\vartheta) \cdot d\vartheta \cdot d\rho = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} f_G(\vartheta) \cdot f_D(\vartheta - \rho) \cdot d\vartheta \cdot d\rho$$

$$LOLP = \int_{-\infty}^{\infty} F_G(\vartheta) \cdot f_D(\vartheta) \cdot d\vartheta = \int_{-\infty}^{\infty} f_G(\vartheta) \cdot (1 - F_D(\vartheta)) \cdot d\vartheta \quad (4-5)$$

Se e somente se : $D \geq 0$, $G \geq 0$, $\vartheta \geq 0$

f_D = fdp da v.a. Demanda D .

F_D = FDP da v.a. Demanda D

f_G = fdp da v.a. Geração G .

F_G = FDP da v.a. Geração G .

Gráficamente a LOLP obtêm-se como mostrado na FIGURA 4-2 .

Caso se considere um nível específico d_D da v.a. D_D , a LOLP é :

$$f_D(d - d_D) = \delta(d - d_D)$$

$$LOLP = \int_{-\infty}^{\infty} F_G(\vartheta) \cdot \delta(\vartheta - d_D) \cdot d\vartheta$$

$$LOLP = F_G(d_D) \quad (4-6)$$

Então a LOLP já não é uma superfície , senão uma linha como se mostra na FIGURA 4-3 .

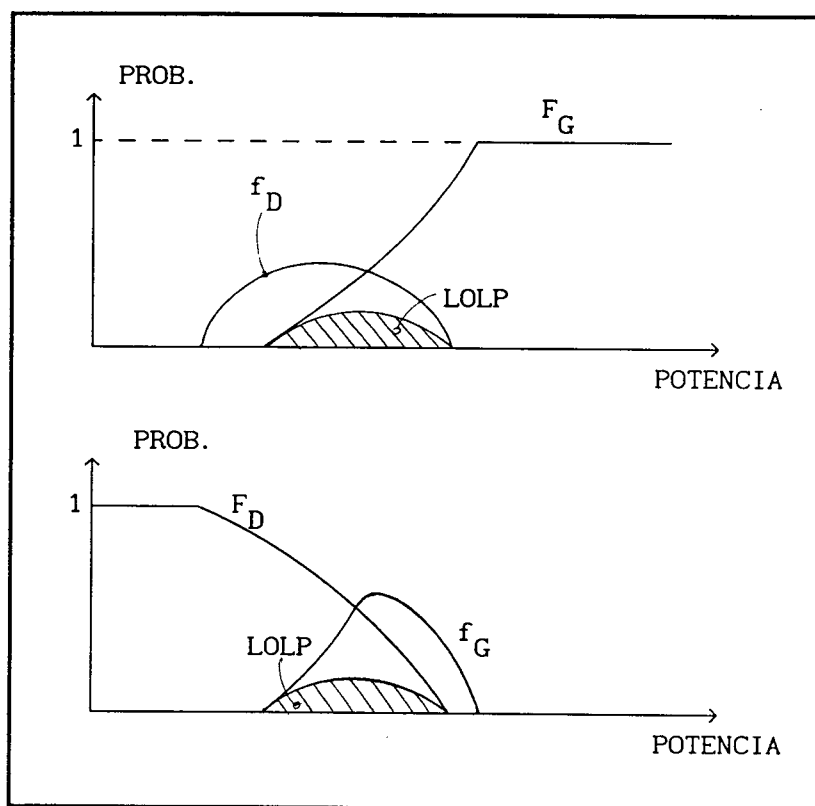


FIGURA 4-2

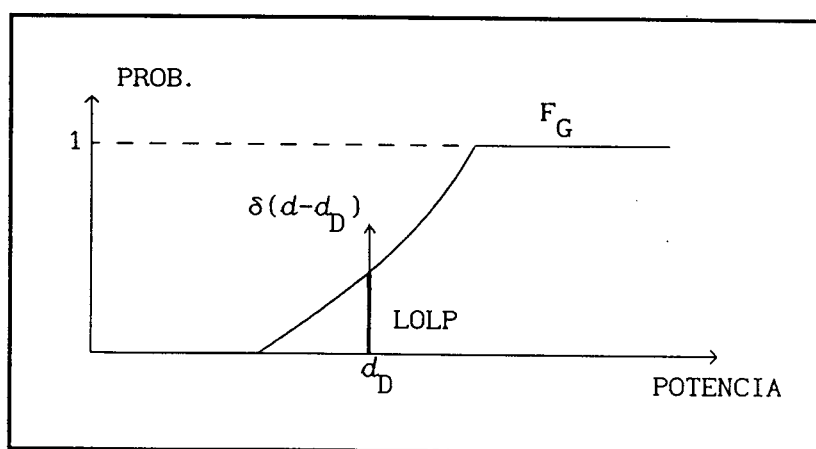


FIGURA 4-3

4.4 ALGORITMO de CÁLCULO

Os PASSOS do Algoritmo de Cálculo , como se mostra no Diagrama em Blocos 5-1 ao final deste Capítulo , são os seguintes :

PASSO 1

1-1) Entrar dados da Demanda dos consumidores .

- a) Período de tempo T considerado para o estudo .
- b) Curva de Carga-Duração (CCD) típica . As curvas para um dia qualquer da semana , sábado , domingo , feriado , são consideradas segundo conceito dado no ponto 3.3 , equação (3-4) .

1-2) Entrar dados do parque de geradores .

- a) Tipo e Número n de Unidades Geradoras i (UGi) .
- b) Modelos de Disp. das UGi. Podem estudar-se diferentes tipos de modelos de geração, como se viu nos pontos 3.4.2 , 3.4.3 , 3.4.4 , 3.5.5
- c) Ordem de Mérito na pilha de carregamento , das UGi ou blocos de potência (ponto 3.5.3) .
- d) Parâmetros AF_{ij} do polinômio de 2^{do} grau , que representa a curva de Custo em função da Potência Gerada (equação(3-11)).
- e) Custo de combustível , em função do tipo de combustível usado para mover a usina (gás , carvão , urânio , etc). Se a UGi , for do tipo hidráulico , o custo d'água se considera zero .

PASSO 2

2-1) Calcular os Momentos Centrais $MCCA(m)$, até ordem 6 ($m = 1,6$), da fdp da Demanda $c_D(d_i)$, usando a equação (3-3) e (2-3).

2-2) Calcular os Momentos Centrais $MCUG(i,m)$, até ordem 6 ($m = 1,6$), da fdp das Indisp. das UGi , usando a equação (2-3).

PASSO 3

3-1) Calcular os Cumulantes da Carga $CUCA(k)$, até ordem 6 ($k = 1,6$) , em função dos $MCCA(m)$, usando as equações (2-35) .

3-2) Calcular os Cumulantes das UGi $CUG(i,k)$, até ordem 6 ($k = 1,6$) , em função dos $MCUG(i,m)$, usando as equações (2-35) .

ÖBáy : Os resultados obtidos neste passo não mudarão ao longo dos próximos passos, a menos que algum dos dados do PASSO 1 sejam modificados . Então deve-se armazenar a informação encontrada neste ponto .

PASSO 4

Encontrar o Cumulante Equivalente de ordem k , $CUEQ(j+1,k)$, quando se considera a Carga , e se carregam (j) UGi na ordem dada pelo PASSO 1-2c).

Como se supõe que a Carga e as UGi são independentes entre si , se usa a equação (2-25) , resultando a expressão :

$$\boxed{\text{CUEQ}(j+1,k) = \text{CUCA}(k) + \sum_{i=1}^j \text{CUG}(i,k)} \quad (4-7)$$

O cumulante inicial de ordem k , quando nenhuma UGi têm sido carregada (j=0), é diretamente o Cumulante da Carga :

$$\text{CUEQ}(1,k) = \text{CUCA}(k)$$

O cumulante final de ordem k, quando tem sido carregadas as n UGi, é:

$$\text{CUEQ}(n+1,k) = \text{CUCA}(k) + \sum_{i=1}^n \text{CUG}(i,k)$$

PASSO 5

Obter os coeficientes da expansão de Edgeworth tipo A , quando se considera a Carga e se carregam (j) UGi :

$$\boxed{\begin{aligned} \eta &= \text{CUEQ}(j+1,1) = \text{média} \\ \sigma^2 &= \text{CUEQ}(j+1,2) = \text{variância} \\ \gamma_t &= \frac{\text{CUEQ}(j+1,2+t)}{\sigma^{2+t}} \quad \text{com } t=1,\dots,4 \end{aligned}} \quad (4-8)$$

γ_1 = assimetria

γ_2 = excesso

PASSO 6

Calcular os pontos que formarão a $CCDE(j, \alpha)$, num nível de potência α , quando (j) UGi tem sido carregadas, para poder calcular a Energia Esperada Gerada pela UG(j+1), $EEG(j+1)$.

Obs :

A medida que se carregam as UGi, a CCDE se desloca à direita. Este deslocamento não existe se a UGi têm uma Disp. de 100% à potência máxima. A CCDE coincide com a CCD, quando ainda não se carregou nenhuma UGi (ver FIGURA 4-4).

I) Padronizar a v.a. capacidade instalada X , para qualquer valor α desta :

$$z = \frac{\alpha - \eta}{\sigma} = \text{nível de capacidade instalada padronizada.}$$

α = nível de potência da CCDE, onde quer-se conhecer o valor da $CCDE(j, \alpha)$

II) Encontrar a fdp normal padronizada da v.a. Z (equação (1-5)) :

$$\alpha(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{z^2}{2} \right\}$$

III) Obter a $CCDE(j, z)$ padronizada, a partir da representação de Edgeworth (equação (2-50)). Como se usa a FDP complementar resulta a equação (4-9).

$$\begin{aligned}
 CCDE(j, \gamma) = 1 - \int_{-\infty}^{\gamma} \alpha(l) \cdot dl - \alpha(\gamma) \cdot \left\{ \frac{1}{6} \cdot \gamma_1 \cdot H_2(\gamma) + \right. \\
 + \frac{1}{24} \cdot \gamma_2 \cdot H_3(\gamma) + \frac{1}{120} \cdot \gamma_3 \cdot H_4(\gamma) + \\
 \left. + \frac{1}{720} \cdot (\gamma_4 + 10 \cdot \gamma_1^2) \cdot H_5(\gamma) + \frac{1}{144} \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot H_6(\gamma) \right\}
 \end{aligned}$$

$CCDE(j, \gamma)$ = valor da CCDE no nível γ , quando (j) UGi tem sido carregadas .

$H_r(\gamma)$ = polinómio de Hermite de ordem r no nível γ da v.a. Z .

Para resolver a integral da fórmula de $CCDE(j, \gamma)$, se usa a seguinte aproximação matemática :

$$INT = \left[B1 \cdot AM + B2 \cdot AM^2 + B3 \cdot AM^3 + B4 \cdot AM^4 + B5 \cdot AM^5 \right] \cdot \alpha(\gamma)$$

$$AM = \frac{1}{1 + 0.2316419 \cdot ABS(\gamma)}$$

$$B1 = 0.31938153$$

$$B2 = -0.356563782$$

$$B3 = 1.781477937$$

$$B4 = -1.821255978$$

$$B5 = 1.330274429$$

$$\text{se } \gamma < 0 \implies \int_{-\infty}^{\gamma} \alpha(l) \cdot dl = INT$$

$$\text{Se } \gamma \geq 0 \implies \int_{-\infty}^{\gamma} \alpha(l) \cdot dl = 1 - INT$$

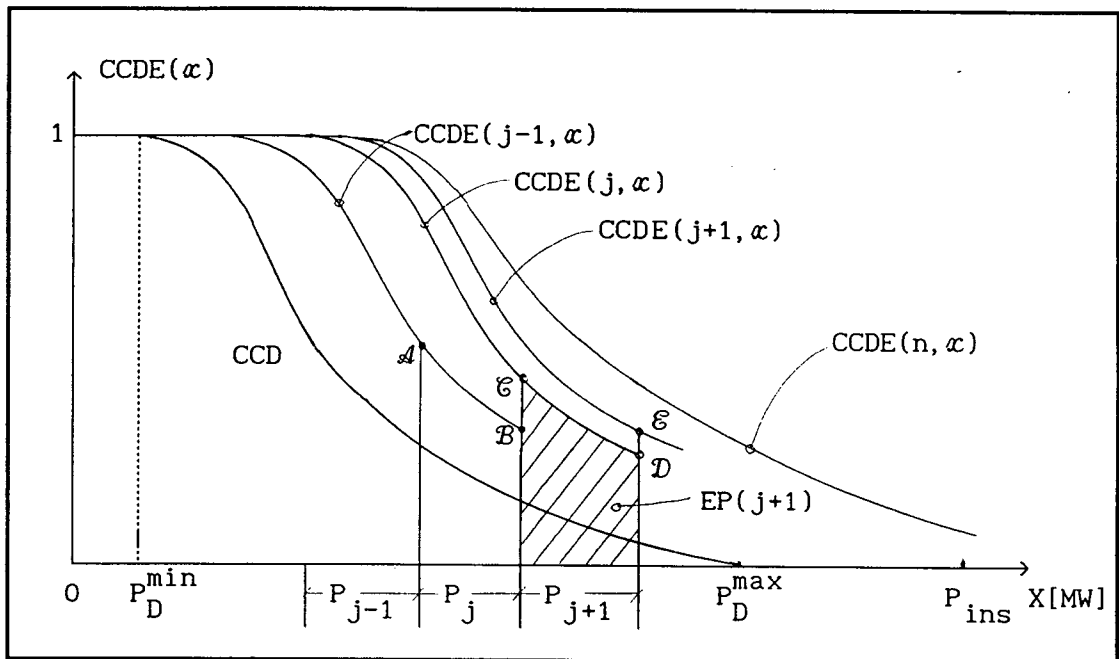


FIGURA 4-4

Os pontos A , B , C , D , E , são pontos característicos da CCDE, usados para calcular a EEG.

$A = CCDE(j-1, C_0) =$ Probabilidade de funcionamento da $UG(j)$, quando $(j-1)$ UG_i estão carregadas, e a $UG(j)$ está entregando potência zero com uma probabilidade p_{j0} .

$B = CCDE(j-1, C_1) =$ Probabilidade de funcionamento da $UG(j+1)$ se for perfeita (Disp. de 100%), quando $(j-1)$ UG_i estão carregadas, e a $UG(j)$ está entregando potência máxima com uma probabilidade p_{jM} .

$\mathcal{C} = \text{CCDE}(j, C0)$ = Probabilidade de funcionamento da $UG(j+1)$, quando (j) UG_i estão carregadas , e a $UG(j+1)$ está entregando potência zero com uma probabilidade $p_{(j+1)0}$.

$\mathcal{D} = \text{CCDE}(j, C1)$ = Probabilidade de funcionamento da $UG(j+2)$ se for perfeita (Disp. de 100%) , quando $(j)UG_i$ estão carregadas , e a $UG(j+1)$ está entregando potência máxima com uma probabilidade $P_{(j+1)M}$.

$\mathcal{E} = \text{CCDE}(j+1, C0)$ = Probabilidade de funcionamento da $UG(j+2)$, quando $(j+1)$ UG_i estão carregadas, e a $UG(j+2)$ está entregando potência zero com uma probabilidade $p_{(j+2)0}$.

P_j = potência da $UG(j)$.

P_{j+1} = potência da $UG(j+1)$

P_{ins} = potência instalada total = $\sum_{i=1}^n P_i$

Obs :

Quanto maior a probabilidade $p_{(j+1)M}$ da $Ug(j+1)$, menor será a diferença entre os pontos \mathcal{B} e \mathcal{C} . A diferença entre estes pontos se refere à probabilidade de falha dos geradores . No limite , quando $p_{(j+1)M} = 1$, \mathcal{B} coincide com \mathcal{C} , não existindo diferença entre $\text{CCDE}(j-1, \alpha)$ e $\text{CCDE}(j, \alpha)$.
Se se têm um parque gerador muito confiável , a CCDE fica próxima da CCD .

PASSO 7

7-1) Calcular a energia esperada gerada pela $UG(j+1)$, $EEG(j+1)$, composta de um só bloco de potência a dois estados, sem efetuar a convolução da $UG(j+1)$.

Supor que a variação entre os pontos \mathcal{E} e \mathcal{D} seja linear, e a $UG(j+1)$ seja considerada inicialmente perfeita. Portanto, a Energia solicitada à dita UG , $EP(j+1)$, é a area mostrada na FIGURA 4-4, que se calcula como :

$$EP(j+1) = P_{j+1} \cdot \left\{ \frac{\mathcal{E} + \mathcal{D}}{2} \right\}$$

Para encontrar a energia esperada, $EEG(j+1)$, deve-se multiplicar a $EP(j+1)$ pela probabilidade da $UG(j+1)$ de estar disponível, e pelo período de tempo a estudar T :

$EEG(j+1) = T \cdot P_{(j+1)M} \cdot EP(j+1)$	(4-10)
---	--------

$P_{(j+1)M}$ = probabilidade que a $UG(j+1)$ esteja gerando P_{j+1} .

7-2) Calcular a energia esperada gerada pela $UG(j+1)$, composta de multiblocos de potência a dois estados, que se carregam não necessariamente em forma sucessiva.

Obs. : Enquanto as UGi de um só bloco são convolvidas (somando cumulantes) sucessivamente com a CCD ou com a CCDE, dada a independência estatística das v.a. envolvidas , o mesmo não pode ocorrer com os blocos das UGi multiblocos , dada a dependência estatística que existe entre os blocos de uma mesma UGi .Assim , apenas o 1º bloco de uma UGi atende aos requisitos de independência estatística com as demais UGs e a Demanda . Então para carregar os demais blocos de uma UGi é preciso primeiro deconvolver (subtrair) o(s) bloco(s) já carregado(s) , depois agregar a este(s) o(s) novo(s) bloco(s) , e submeter assim o bloco composto formado à CCD ou a CCDE, que é independente do bloco composto em questão.

Exemplo 5-1 : Supor ter uma $UG(j+1)$ com dois blocos de potência a dois estados , como se mostra na FIGURA 4-5 :

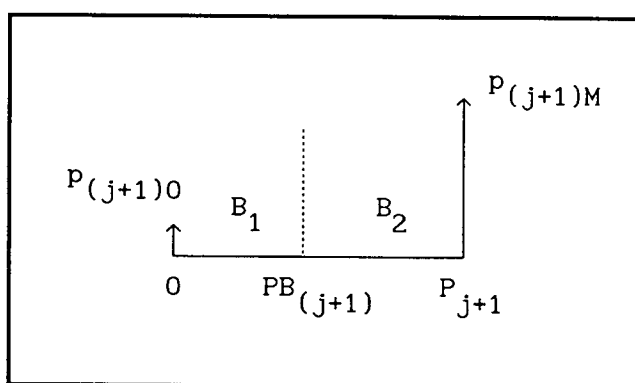


FIGURA 4-5

O procedimento de carregar os blocos está representado na FIGURA 4-6 :

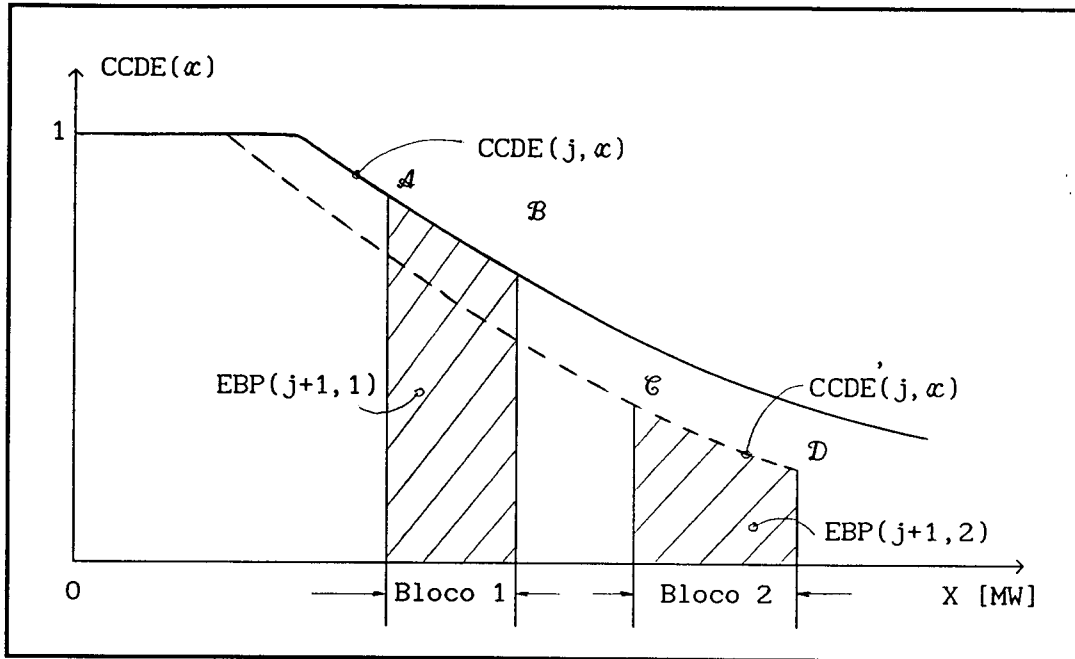


FIGURA 4-6

a) Calcular a energia esperada gerada pelo 1º bloco da UG(j+1) , $EEB(j+1,1)$.

Como é o 1º bloco procede-se como no PASSO anterior 7-1) .

Os pontos característicos da $CCDE(j\alpha)$ são A e B , então :

$$EEB(j+1,1) = T \cdot P_{(j+1)M} \cdot PB_{(j+1,1)} \cdot \left\{ \frac{A + B}{2} \right\}$$

$PB_{(j+1,1)}$ = Potência do Bloco 1 da UG(j+1).

$EBP(j+1,1)$ = Energia do Bloco 1 da UG(j+1) considerada perfeita .

b) Calcular a energia esperada gerada pelo 2^{do} bloco da UG(j+1), EEB(j+1,2) .

Antes de fazer o cálculo de EEB(j+1,2) , deve-se :

- Deconvolver o 1^o bloco, é dizer subtrair o valor do cumulante de ordem k do bloco 1 da UG(j+1) , CUB(j+1,1,k) , do valor do cumulante equivalente das UGi até aqui carregadas :

$$CUEQ(j+1,k) = CUEQ(j+1,k) - CUB(j+1,1,k)$$

Generalizando para uma UG(j+1) de b blocos :

$$CUEQ(j+1,k) = CUEQ(j+1,k) - CUB(j+1,b,k)$$

CUB(j+1,b.k) = cumulante de ordem k considerando
b blocos de potência da UG(j+1) .

-Calcular os coeficientes conforme PASSO 5 .

-Calcular os pontos característicos \mathcal{E} e \mathcal{D} da CCDE (j, α) , conforme PASSO 6 .

-Calcular a energia esperada gerada pelo 2^{do} bloco da UG(j+1) :

$$EEB(j+1,2) = T \cdot P_{(j+1)M} \cdot \left[P_{(j+1)} - PB_{(j+1)} \right] \cdot \left\{ \frac{\mathcal{E} + \mathcal{D}}{2} \right\}$$

EBP(j+1,2) = Energia do Bloco 2 da UG(j+1)
considerada perfeita .

c) Calcular a Energia Esperada Gerada pela UG(j+1) :

$$EEG(j+1) = EEB(j+1,1) + EEB(j+1,2)$$

Generalizando para uma UG(j+1) de b blocos :

$$EEG(j+1) = \sum_{i=1}^b EEB(j+1,i)$$

$EEB(j+1,b)$ = Energia Esperada Gerada pelo bloco b da UG(j+1)

Obs. :

- Se a UG(j+1) tiver um só bloco de potência , então :

$$EEG(j+1) = EEB(j+1,1)$$

- Para calcular a EEG(j+2) ,deve-se considerar o efeito da UG(j+1) com seus dois blocos :

$$CUEQ((j+1)+1,k) = CUEQ(j+1,k) + CUB(j+1,2,k)$$

Generalizando para o cálculo da EEG(j+2) :

$$CUEQ((j+1)+1,k) = CUEQ(j+1,k) + CUB(j+1,b,k)$$

7-3) Calcular a EEG por uma UG multibloco-multiestado . Ver exemplo 1 do Manual do Usuário do Programa PECUL [62] .

PASSO 8

Calcular o Custo de Produção de Energia Elétrica da ,UG(j+1) o bloco b , na posição lx da pilha de carregamento , CUEN(j+1,b,lx) , dado pela expressão :

$$\text{CUEN}(j+1, b, lx) = \text{PESA}(j+1, b, lx) \cdot \text{EEB}(j+1, b) \cdot \text{CUCO}(j+1) \quad (4-11)$$

$$\text{PESA}(j+1, b, lx) = \frac{(2 \cdot \text{CIO} + \text{CI1}) \cdot A + (\text{CIO} + 2 \cdot \text{CI1}) \cdot B}{3 \cdot (A + B)}$$

A e B , são os pontos característicos da CCDE(j, α) , (ver FIGURA 4-6) para $b = 1$.

$\text{PESA}(j+1, b, lx)$ = fator que têm em conta os tempos de funcionamento da UG(j+1) ou bloco b , na posição lx da pilha de carregamento.

CIO = Custo Incremental da UG(j+1) ou do bloco b dessa UG , quando dita UG entrega potência 0 .

CI1 = Custo Incremental da UG(j+1) ou do bloco b dessa UG , quando dita UG entrega potência total , ou a potência do bloco b .

O valor de CIO e CI1 , podem-se encontrar usando a equação (3-12) .

$\text{CUCO}(j+1)$ = custo do combustível usado pela UG(j+1) .

PASSO 9

Calcular os índices de confiabilidade depois de carregar as n UGi .

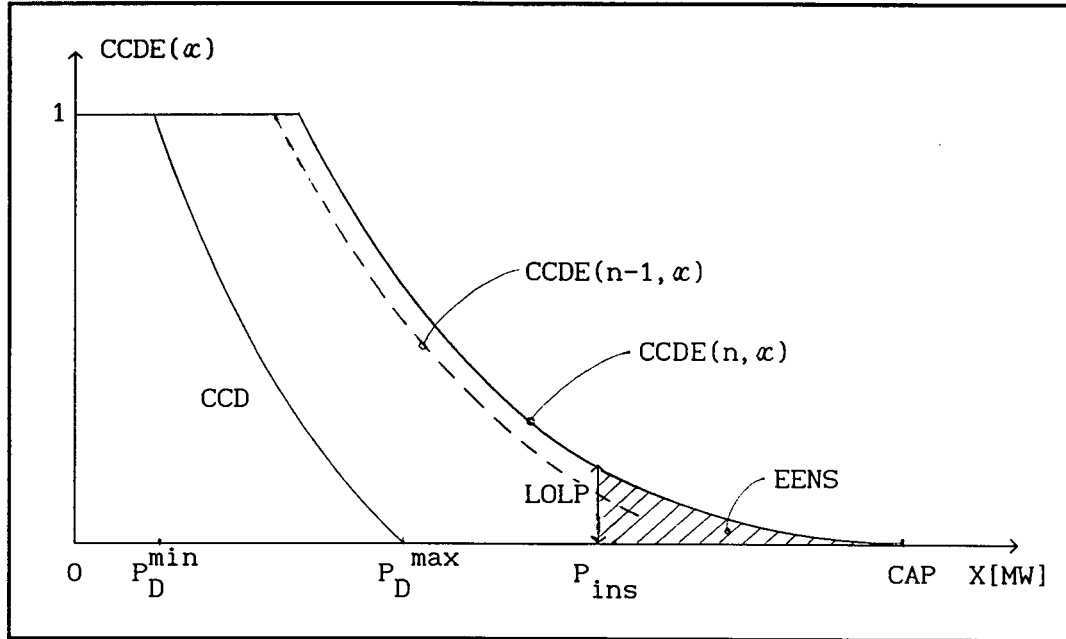


FIGURA 4-7

$$CAP = P_D^{\max} + P_{ins}$$

Como se ve na FIGURA 4-7 , o LOLP e a EENS são :

$$LOLP(P_{ins}) = CCDE(n, P_{ins}) \quad (4-12)$$

$$EENS(n) = \int_{P_{ins}}^{\infty} CCDE(n, \alpha) \cdot d\alpha$$

$$EENS(n) = ED - \sum_{i=1}^n EEG(i) \quad (4-13)$$

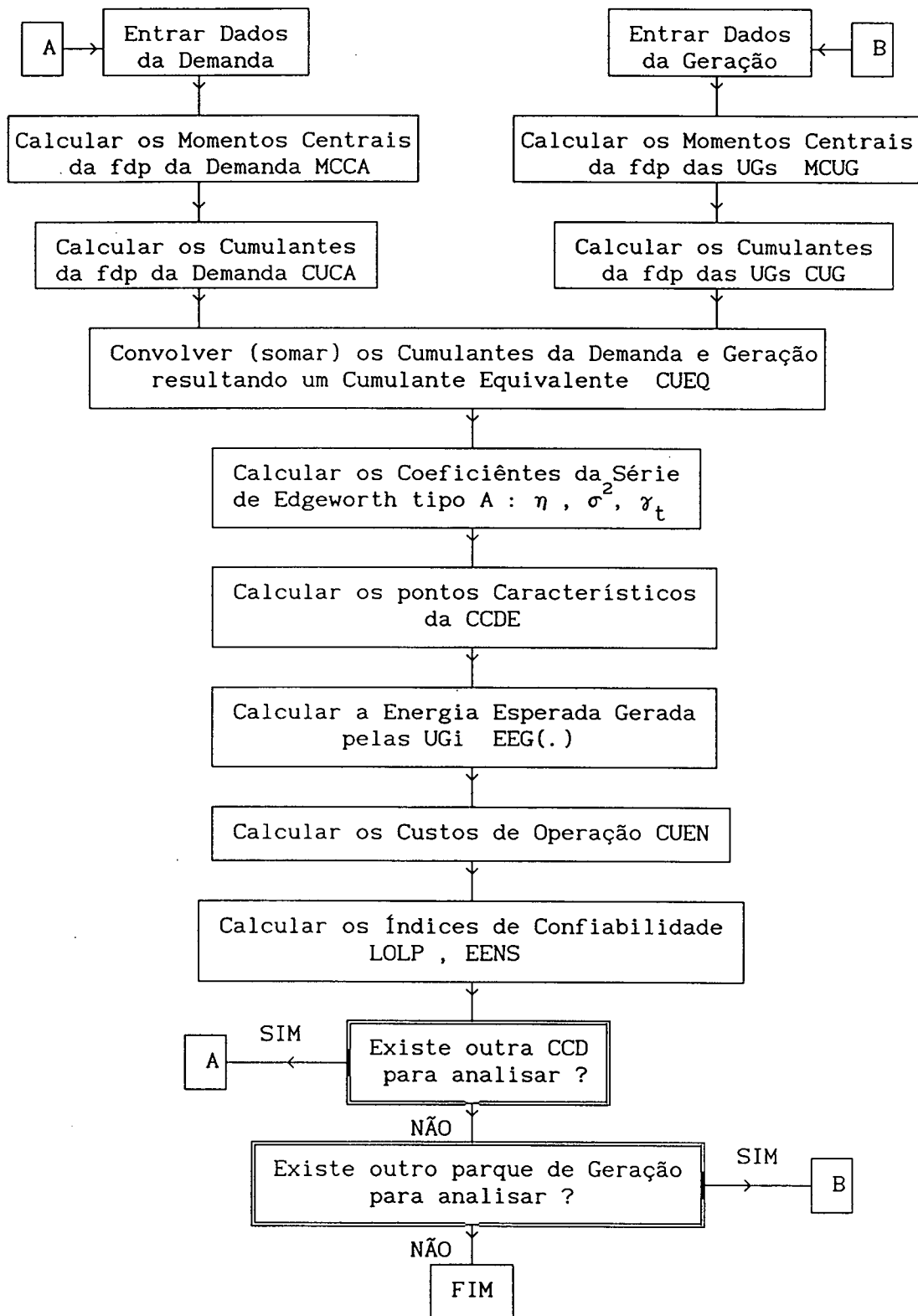
ED = Energia Demandada pelos consumidores

ED = Superfície baixo a CCD .

PASSO 10

- Se existirem outras CCD para analisar , ir ao PASSO 1-1 ,senão continuar .
- Se existir outro parque de geradores para analisar , ir ao PASSO 1-2 ,
senão terminar.

DIAGRAMA EM BLOCOS DOS PASSOS DE CÁLCULO DO CUSTO DE GERAÇÃO E ÍNDICES DE CONFIABILIDADE , CONSIDERANDO UGs SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA



CAPÍTULO 5

CÁLCULO DO CUSTO DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA E ÍNDICES DE CONFIABILIDADE , USANDO O MÉTODO DOS CUMULANTES , E CONSIDERANDO UNIDADES GERADORAS COM E SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA .

5.1 INTRODUÇÃO

O modelo estocástico de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) para planejamento da produção de geração apresentado no Capítulo 4 , é um modelo que apenas considera Unidades Geradoras Sem Limitação de Energia (USLE) .

Este Capítulo apresenta a extensão da técnica para avaliação do custo e confiabilidade de geração , incluindo Unidades Com Limitação de Energia (UCLE) . Essa Energia pode-se estudar como sendo uma variável aleatória [10,12,19] ,ou uma quantidade fixada a priori [12,21,23] . Neste trabalho a energia é fixada, e entra como dado no algoritmo de cálculo.

Um problema gerado pelo uso da técnica do corte de ponta convencional , é a deformação que experimenta a Curva de Carga-Duração Equivalente a medida que se efetua a inclusão das unidades na ponta de carga [12] . A fim de evitar este inconveniente , se construirá um algoritmo , que faz uso dos cumulantes , para alocar as UCLEs na pilha geral de carregamento em forma isolada , como também formando clusters (grupo de UCLEs) [21] .

Existem outros estudos visando incluir as UCLEs na pilha de carregamento geral [47,48] .

5.2 TIPOS de UNIDADES GERADORAS

Em função da energia que podem fornecer , as UGs podem-se dividir em :

- a) Unidades Geradoras Sem Limitação de Energia (USLE) : São unidades que atendem a demanda dos consumidores , sendo que o operador as chama a funcionar quando adequado . Assim a energia fornecida pela USLE , só está limitada pela sua capacidade de geração e sua disponibilidade . Um exemplo deste tipo de unidades , são as térmicas com suficiente combustível .

- b) Unidades Geradoras Com Limitação de Energia (UCLE) : São unidades que se diferenciam do resto , porque a energia que geram têm valores fixados . Alguns exemplos destes tipos de unidades , são as que se encontram nas usinas hidroelétricas com tamanho de reservatório limitado (têm uma quantidade de água limitada) , ou aquelas usinas cujo plano energético a médio prazo considera afluências futuras de períodos secos , também as unidades de sistemas térmicos sujeitos a contratos ou estoques limitados de combustível .

5.3 TÉCNICA de CORTE de PONTA da DEMANDA

Leva-se em consideração a limitação de energia , através da técnica de introdução das usinas de ponta , fazendo o corte do pico da potência de demanda (peak-shaving) . Esta técnica [8,9,12,23,29] , como se mostra na FIGURA 5-1 a) , modifica a Curva de Carga-Duração inicial (CCD^0) , numa Curva de Carga-Duração modificada (CCD^m). Esta CCD^m , seria a Demanda não atendida pelo sistema , se não houvesse limitações de energia para a unidade ou usina recém introduzida . O trabalho de introdução da UCLE em ponta , implica em usar-se toda a Energia Atribuída (EA) da unidade , durante os periodos de pico de carga . Quanto maior a energia fixada , mais a demanda de ponta é reduzida .

A modificação de energia parte da cauda da CCD^0 . Para cada valor de demanda, a área entre a CCD^0 e a CCD^m , é calculada , representando a energia fornecida pela UCLE em ponta , se ela for operada sempre que a demanda do sistema for igual ou exceder o valor de demanda que está sendo considerado . Esta operação de corte de ponta por uma UCLE , é equivalente a alocar dita unidade na ordem de carregamento , a partir da esquerda do segmento vertical (FIGURA 5-1 b)) .

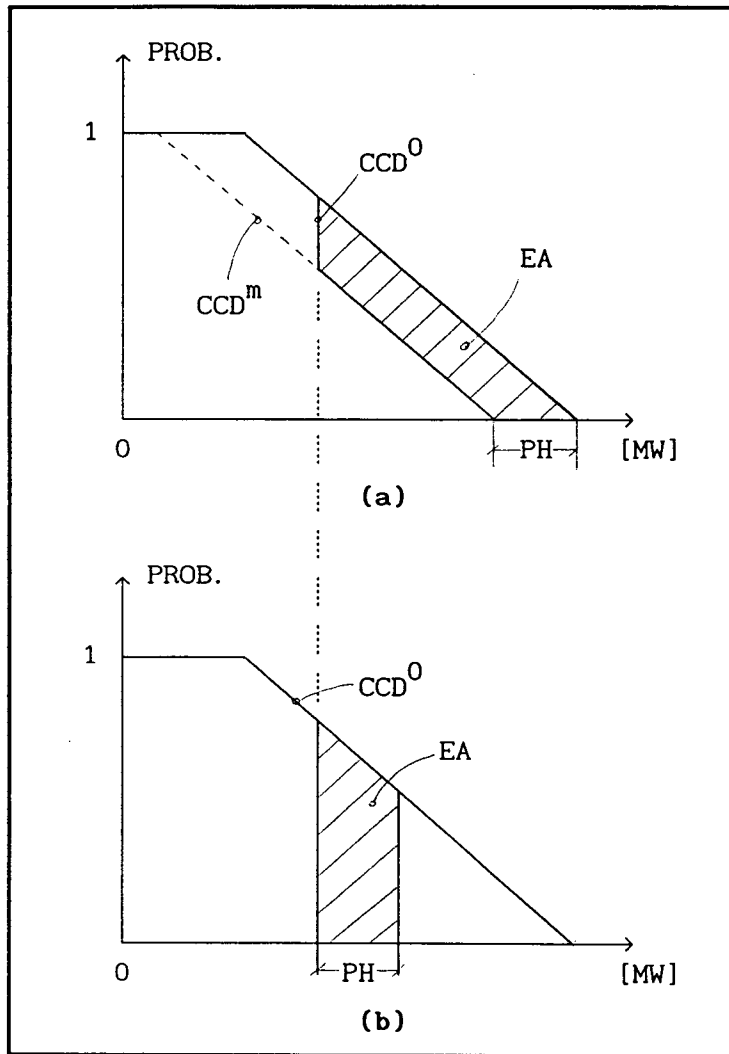


FIGURA 5-1

É pouco provável que a UCLE de potência PH , fique numa posição exata entre duas USLE de potências PT1 e PT2 , e ao mesmo tempo forneça sua energia atribuída (FIGURA 5-2 a)) . Ocorre geralmente , que a UCLE corta uma parte da USLE que se encontra no lado esquerdo (FIGURA 5-2 b))

Esta unidade cortada chama-se USLE cortada (USLEC) . Para o algoritmo de cálculo , pode-se pensar que a UCLE vai-se deslocando a esquerda até encontrar uma posição que lhe permita fornecer sua EA , e a energia da USLE que foi cortada neste deslocamento , vai ser alocada no lado direito da UCLE (FIGURA 5-23c)) .

Nos casos ilustrados nas FIGURA 5-2 e 5-3 , se considerou que a UCLE se insere na CCD , sem levar em conta as Disp. das UGs .

Quando se considera que as UGs (USLE e UCLE) têm uma certa Disp.de potência , o fato de mover à esquerda a UCLE , faz que a Curva de Carga-Duração Equivalente (CCDE) se modifique continuamente , portanto a posição final da UCLE no ordem de carregamento , é variável à medida que esta se desloca .

Quando existe mais de uma UCLE , e se algumas destas competem pelas mesmas posições na pilha de carregamento , a complexidade do problema de simulação incrementa-se enormemente .

Pelas razões anteriormente citadas , se construirá um algoritmo que solucione os problemas que surgem na alocação das UCLEs na pilha de carregamento geral .

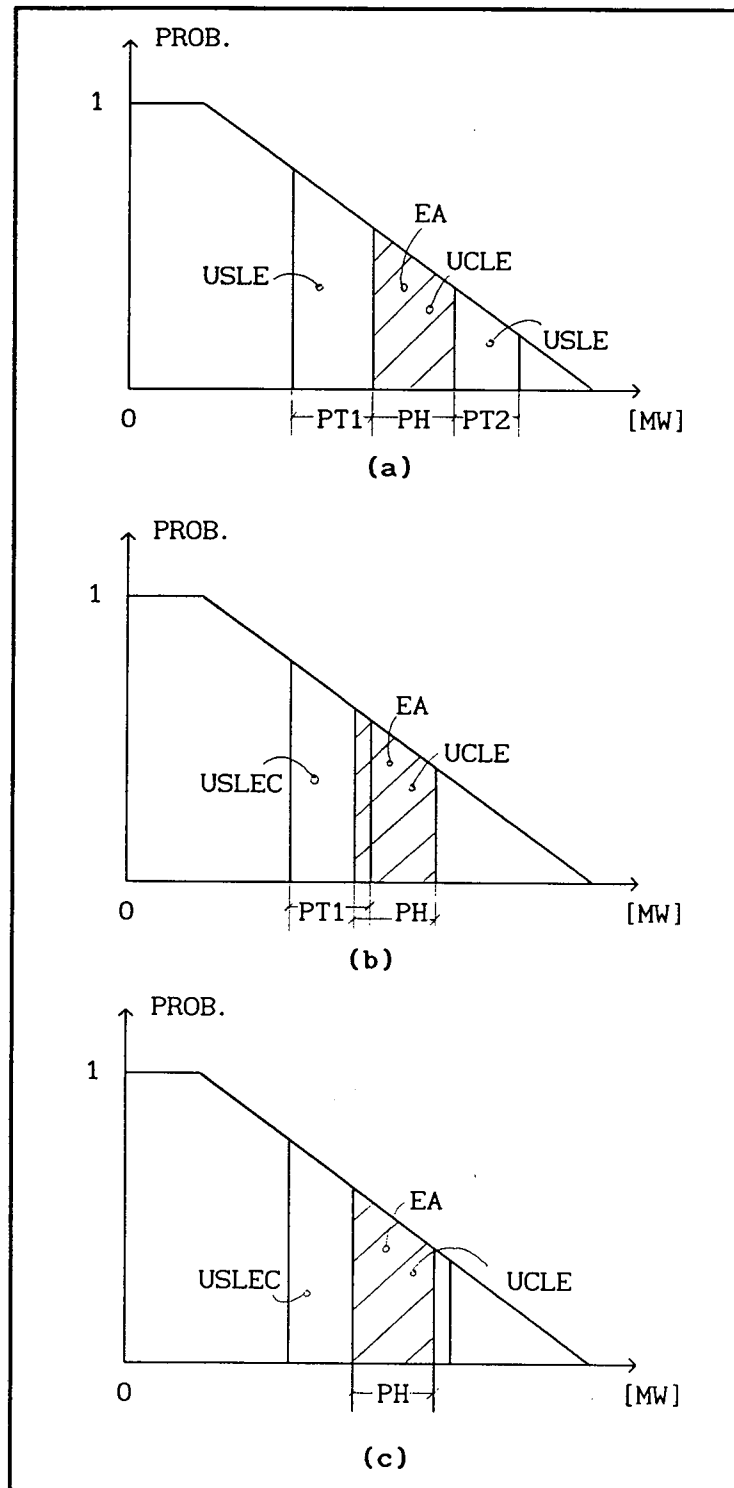


FIGURA 5-2

5.4 ALGORITMO de CÁLCULO

5.4.1 Introdução

Para alocar otimamente as UCLEs (usar toda sua energia atribuída EATR) , é necessário convolver e deconvolver muitas vezes as USLEs e UCLEs . Para ter então uma boa eficiência computacional , deve-se usar um método que permita realizar ditas operações rapidamente . O algoritmo proposto usa o método dos cumulantes para realizar as convoluções (somas de cumulantes) , e deconvoluções (subtrações de cumulantes) .

O diagrama em blocos do algoritmo usado para alocar as UCLEs , está mostrado no final deste capítulo .

5.4.2 Forma de Carregar as UCLEs

A fim de aproveitar ao máximo a energia disponível e minimizar o custo de produção termoeletrica , as UCLEs deverão operar na ponta da demanda . Para carregá-las deve-se adotar uma pilha de corte de ponta , ou seja introduzir as UCLEs com um dado critério de ordenação (12) , por exemplo :

$$K_i = \frac{EATR(i)}{PH(i)} \quad (\text{unidades de tempo}) \quad (5-1)$$

onde EATR(i) é o valor de energia esperada atribuída à UCLE(i) no período considerado , e PH(i) sua potência máxima disponível . Quanto menor K_i , tanto menor a autonomia da UCLE(i) , conseqüentemente mais junto à ponta deve ela ser utilizada . Pode-se então estabelecer a pilha de corte de ponta de UCLEs com valores crescentes de K_i .

5.4.3 Base Teórica do Algoritmo de Alocação de uma UCLE

Supor que se carregaram j USLE . A última USLE carregada, $USLE(j)$, têm uma potência $PT(j)$, e sua Energia Esperada Gerada (calculada segundo o algoritmo do Capítulo 4) é $ET1(j)$. Na continuação se carrega uma UCLE(i) de potência $PH(i)$ e Energia Atribuída $EATR(i)$, e nessa posição ela pode gerar (se não tiver limitação de energia) , uma energia $EH1(i)$, como mostra a FIGURA 5-3 a . Agora deve-se calcular a diferença de energia $DE1(i)$:

$$DE1(i) = EATR(i) - EH1(i) \quad (5-2)$$

Se $DE1(i) > 0$, significa que a UCLE(i) tem uma certa quantidade de energia que ainda não foi usada na posição atual .Então é possível que a UCLE(i) possa deslocar -se à esquerda , alternando a sua posição com a USLE(j) adjacente (FIGURA 5-3 b).

A alteração de posições entre a USLE(j) e a UCLE(i) , não modifica a $CCDE1(x)$, a $CCDE3(x)$,nem as seguintes CCDE , já que estas CCDE não dependem da ordem em que o efeito das Indisp. das UGs. é considerado .

Obs. :

O conceito anterior é muito fácil de entender , lembrando que a convolução de fdp é equivalente à soma dos cumulantes das mesmas . Se alguma UG altera sua posição no ordem de carregamento , o cumulante final não muda , porque apenas se altera o ordem da soma . Esta é a razão porque a LOLP e a EENS não dependem da forma que se carregam as UGs ..

A invariância da CCDE3 unido ao fato que a USLE(j) e a UCLE(i) são adjacentes , permite escrever a seguinte igualdade de energias :

$$\boxed{ET1(j) + EH1(i) = ET2(j) + EH2(i)} \quad (5-3)$$

O cálculo de ET1(j) , ET2(j) e EH1(i) pode-se realizar , usando o algoritmo visto no Capítulo 4 , e em forma indireta pode-se achar EH2(i) :

$$EH2(i) = ET1(j) + EH1(i) - ET2(i) \quad (5-4)$$

Neste ponto deve-se calcular o valor de DE2(i) :

$$DE2(i) = EATR(i) - EH2(i) \quad (5-5)$$

Se DE2(i) ≥ 0 a posição fica como mostrada na FIGURA 5-3 b ==> a UCLE(i) pode-se deslocar novamente para esquerda , repetindo o processo anterior .

Se DE2(i) ≤ 0 não se pode mudar as posições entre a USLE(j) e a UCLE(i) , ficando alocadas segundo FIGURA 5-3 a .

Como EATR(i) > EH1(i) então a UCLE(i) deverá deslocar-se um pouco à esquerda , cortando a USLE(j) até que :

$$EATR(i) = EH(i) . \quad (5-6)$$

Este processo de ajuste será analisado mais à frente .

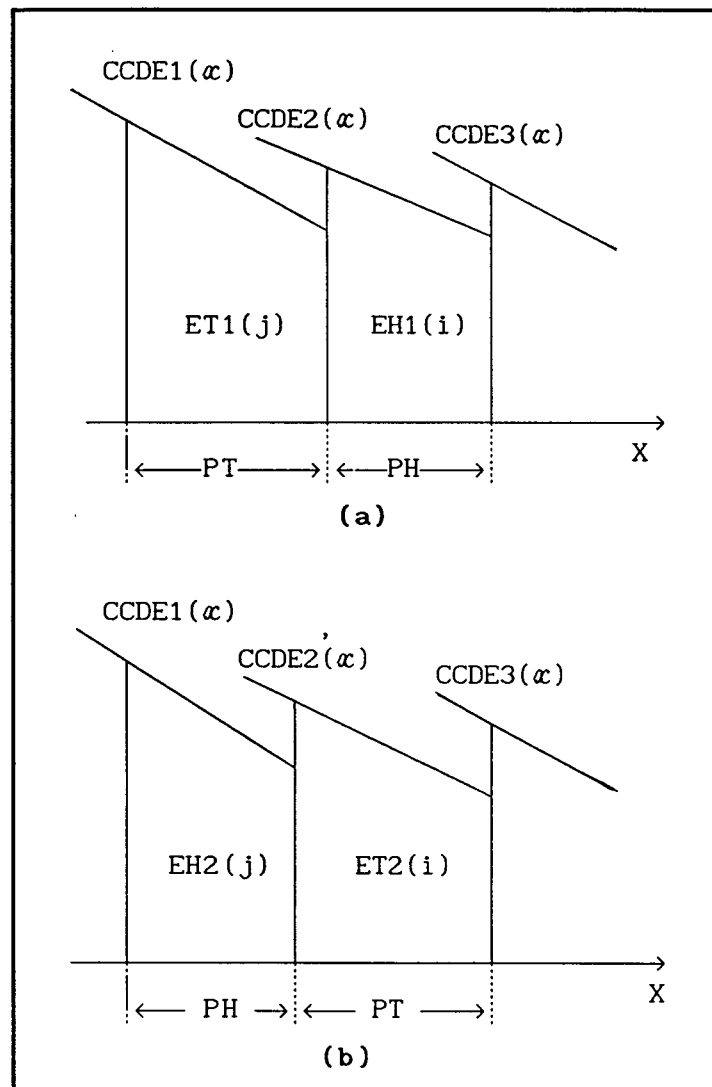


FIGURA 5-3

$CCDE1(\alpha)$ = Curva de Carga-Duração Equivalente resultante de carregar (j-1) USLEs .

$CCDE2(\alpha)$ = Curva de Carga-Duração Equivalente resultante de carregar (j) USLEs .

$CCDE3(\alpha)$ = Curva de Carga-Duração Equivalente resultante de carregar (j) USLEs e uma UCLE .

$CCDE2(\alpha)$ = Curva de Carga-Duração Equivalente resultante de carregar (j-1) USLEs e uma UCLE .

5.4.4 Base Teórica do Algoritmo de Alocação de UCLEs que Formam um Cluster (grupo de UCLEs)

Supor que duas UCLEs (UCLE(1) e UCLE(2)) , de potências PH1 e PH2 ,competem pela mesma posição na ordem de carregamento sob a CCDE , como mostrada na FIGURA 5-4 a , e que a UCLE(1) foi carregada primeira , estando corretamente alocada segundo o algoritmo do item anterior ,ou seja :

$$EATR(1) \geq EH11(1) \quad (5-7)$$

e adjacente à USLE(j) de potência PT . As CCDE1(x) e CCDE4(x) são invariantes às mudanças das posições da USLE(j),UCLE(1) e UCLE(2).

O objetivo a ser encontrado , é a posição final na ordem de carregamento , das UCLEs adjacentes , neste caso da UCLE(1) e UCLE(2) , de tal forma que juntas forneçam as suas energias atribuídas EATR(1) e EATR(2) . Tal grupo de UCLEs é chamado "Cluster", e trata-se como uma UCLE equivalente. Em termos da operação do sistema , o Cluster significa que podem ou não operar simultaneamente a UCLE(1) e a UCLE(2) até esgotar a energia do Cluster formado por elas .

Continuando com o raciocínio apresentado no ponto anterior , se chega a (FIGURA 5-4 b) :

$$ET1(j) + EH11(1) + EH21(2) = ET2(j) + EH12(1) + EH22(2) \quad (5-8)$$

Então, desta equação pode-se encontrar a energia do Cluster na nova posição :

$$ECLN(1) = EH12(1) + EH22(2) \quad (5-9)$$

Esta ECLN(1) deve-se comparar com a Energia Atribuida ao Cluster EACL(1) :

$$EACL(1) = EATR(1) + EATR(2) \quad (5-10)$$

Como o cluster pode ser tratado como uma unidade , o algoritmo que se usa é o mesmo que no ponto anterior 5.4.2 .

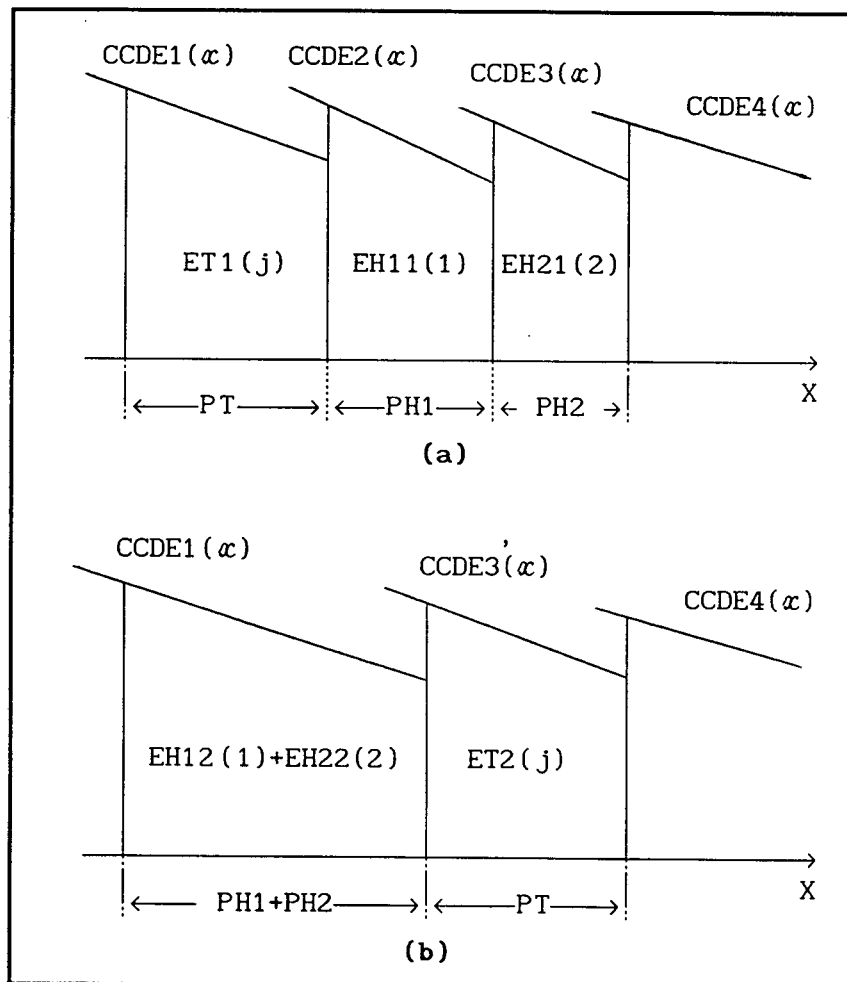


FIGURA 5-4

5.4.5 Ajuste de Energias

Depois que o algoritmo aloca a UCLE(i) ou um Cluster(i) , UH(i) , numa posição adjacente a uma USLE(j) , e se a energia atribuída da UH(i) , EACL(i), é maior que a energia que pode fornecer nessa posição , então deve-se fazer um deslocamento à esquerda desta UH(i) , até que a EACL(i) seja totalmente esgotada. Devido a que o deslocamento faz que a CCDE (reta \overrightarrow{cd}) varie, realizou-se uma forma heurística de posicioná-las (FIGURA 5-5).

A UH(i) de potência PH , se deslocará pelas retas \overrightarrow{ac} e \overrightarrow{ed} até posicionar-se sob a reta \overrightarrow{ab} (CCDE formada pela carga das UGs. anteriores). Veja-se na FIGURA 5-5 , que quando a UH(i) se desloca para à esquerda, EH(i) aumenta , até que num determinado ponto de potência PP(x) , verifica-se :

$$EH(i) = EACL(i) \quad (5-11)$$

onde EH(i) é a energia que vai-se obtendo a medida que a UH(i) se desloca .

Cálculo da Potência PP(x)

Os pontos : a , b , c , d , são pontos característicos das CCDE (conhecidos).

1) Calcular a reta \overrightarrow{ac} :

$$y - y_a = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a} \cdot [x - x_a] \quad (5-12)$$

2) Calcular a reta \overrightarrow{de} :

Deve-se encontrar primeiro o ponto e que está sobre a reta \overrightarrow{ab}

$$y_e - y_a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \cdot [x_e - x_a] \quad (5-13)$$

Como $x_e = P(x-1) + PH \implies y_e$

$$y - y_e = \frac{y_d - y_e}{x_d - x_e} \cdot [x - x_e] \quad (5-14)$$

3) Encontrar as ordenadas dos pontos **f** e **g** :

O ponto **f** está sobre a reta $\overrightarrow{ac} \implies$

$$y_f - y_a = \underbrace{\frac{y_c - y_a}{x_c - x_a}}_{Kca} \cdot [x_f - x_a] \quad (5-15)$$

Como $x_f = PP(x) \implies y_f = fn(PP(x))$

O ponto **g** está sobre a reta $\overrightarrow{de} \implies$

$$y_g - y_e = \underbrace{\frac{y_d - y_e}{x_d - x_e}}_{Kde} \cdot [x_g - x_e] \quad (5-16)$$

Como $x_g = PP(x) + PH \implies y_g = fn(PP(x))$

4) Calcular a potência $PP(x)$, a partir da equação :

$$EACL(i) = \underbrace{NPET \cdot DEQCL(i) \cdot PH(i)}_{KTE} \cdot \left[\frac{y_f + y_g}{2} \right] \quad (5-17)$$

$$DEQCL(i) = \frac{\sum_{m=1}^{NH} POH(m) \cdot DIH(m)}{\sum_{m=1}^{NH} POH(m)} \quad (5-18)$$

EACL(i) = Energia Atribuida da UH(i) .

NPET = Período de tempo considerado para o estudo .

DEQCL(i) = Disp. Equivalente da UH(i) .

PH(i) = Soma das potências das UCLEs que formam a UH(i).

POH(m) = Potência da UCLE(m) .

DIH(m) = Disp. da UCLE(m)

NH = Número de UCLEs. que formam a UH(i).

$$EACL(i) = KTE. \left\{ \frac{Kca. [(x_f - x_a)] + y_a + Kde. [(x_g - x_e)] + y_e}{2} \right\} \quad (5-19)$$

Dando os valores correspondentes , chega-se a :

$$PP(x) = \frac{\frac{2.EACL(i)}{KTE} + P(x-1).[Kca + Kde] - [y_a + y_e]}{[Kca + Kde]} \quad (5-20)$$

Calcular a Energia da UT1 depois do ajuste de energia

A energia da UT1(j) , ERES(j) , está formada por duas partes :

$$ERES(j) = ETR(j) + EES(j) \quad (5-21)$$

1) Calcular a Energia Transferida ETR

A porção da UT1 cortada pela UH, UT1T ,se aloca á direita e adjacente à UH .

Para calcular ETR , dever-se-ia encontrar a CCDE a partir dos cumulantes correspondentes à UT1C e à UH , mas considerando que as UCLEs. são de tipo hidroelétricas pelo tanto têm uma Disp. próxima ao 100% , a CCDE para o cálculo da ETR será diretamente a dada pela reta \overrightarrow{fg} (ver FIGURA 5-5).

$$ETR(j) = NPET \cdot DISP(j) \cdot \left[P(x) - PP(x) \right] \cdot \left(\frac{y_g + y_h}{2} \right) \quad (5-22)$$

ETR(j) = energia da UT1(j) transferida a direita da UH .

DISP(j) = Disp. da UT1(j) .

ECO (j) = energia da UT1(j) cortada pela UH no seu deslocamento.

Pode-se encontrar a ordenada y_h , já que o ponto i está sobre a reta \overrightarrow{fg} conhecida .

2) Calcular a Energia da USLE(j) que fica a esquerda da UH , EES(j) :

$$EES(j) = NPET \cdot DISP(j) \cdot \left[PP(x) - P(x-1) \right] \cdot \left(\frac{y_a + y_t}{2} \right) \quad (5-23)$$

Pode-se encontrar a ordenada y_t , já que o ponto t está sobre a reta \overrightarrow{ab} conhecida .

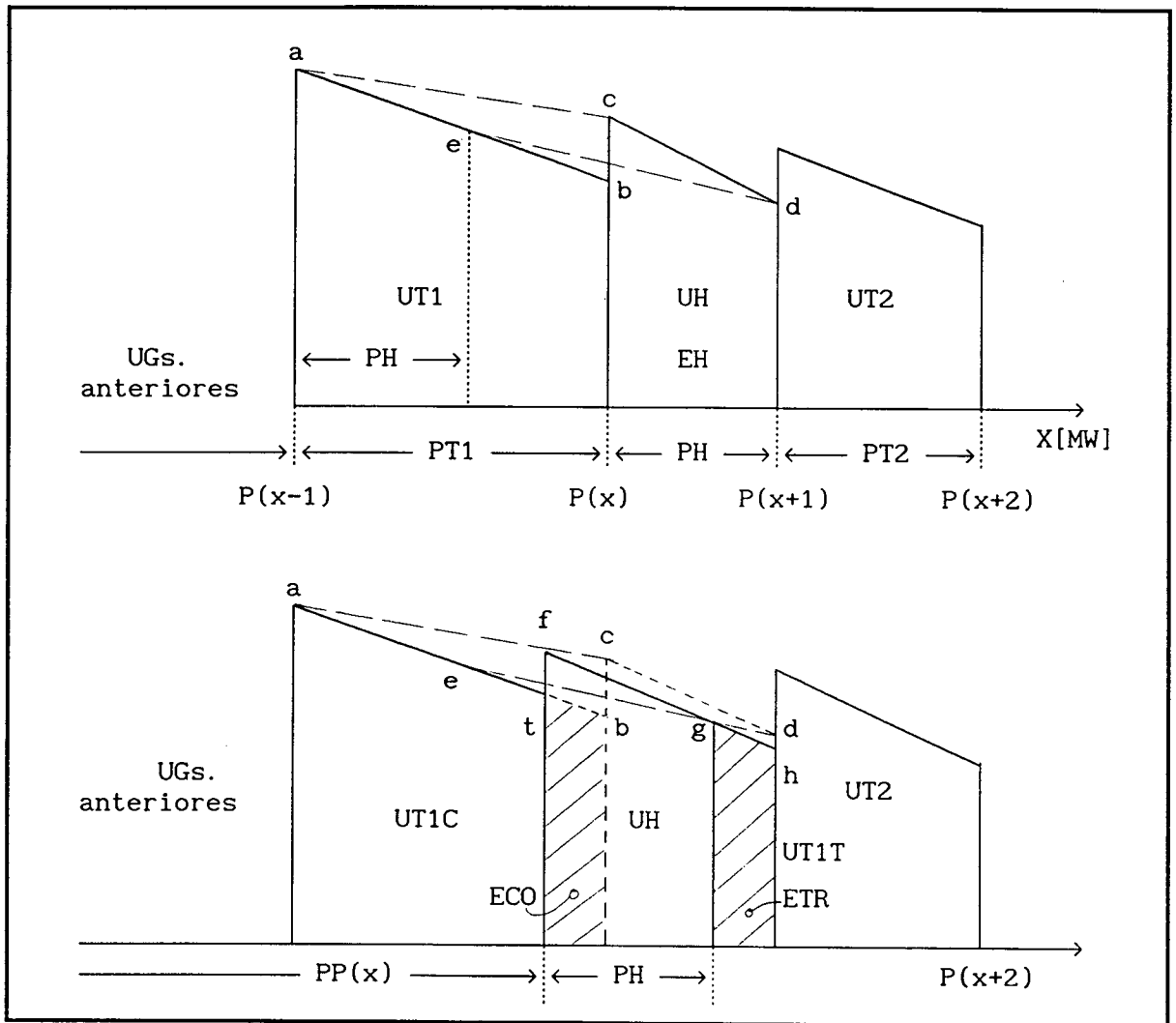
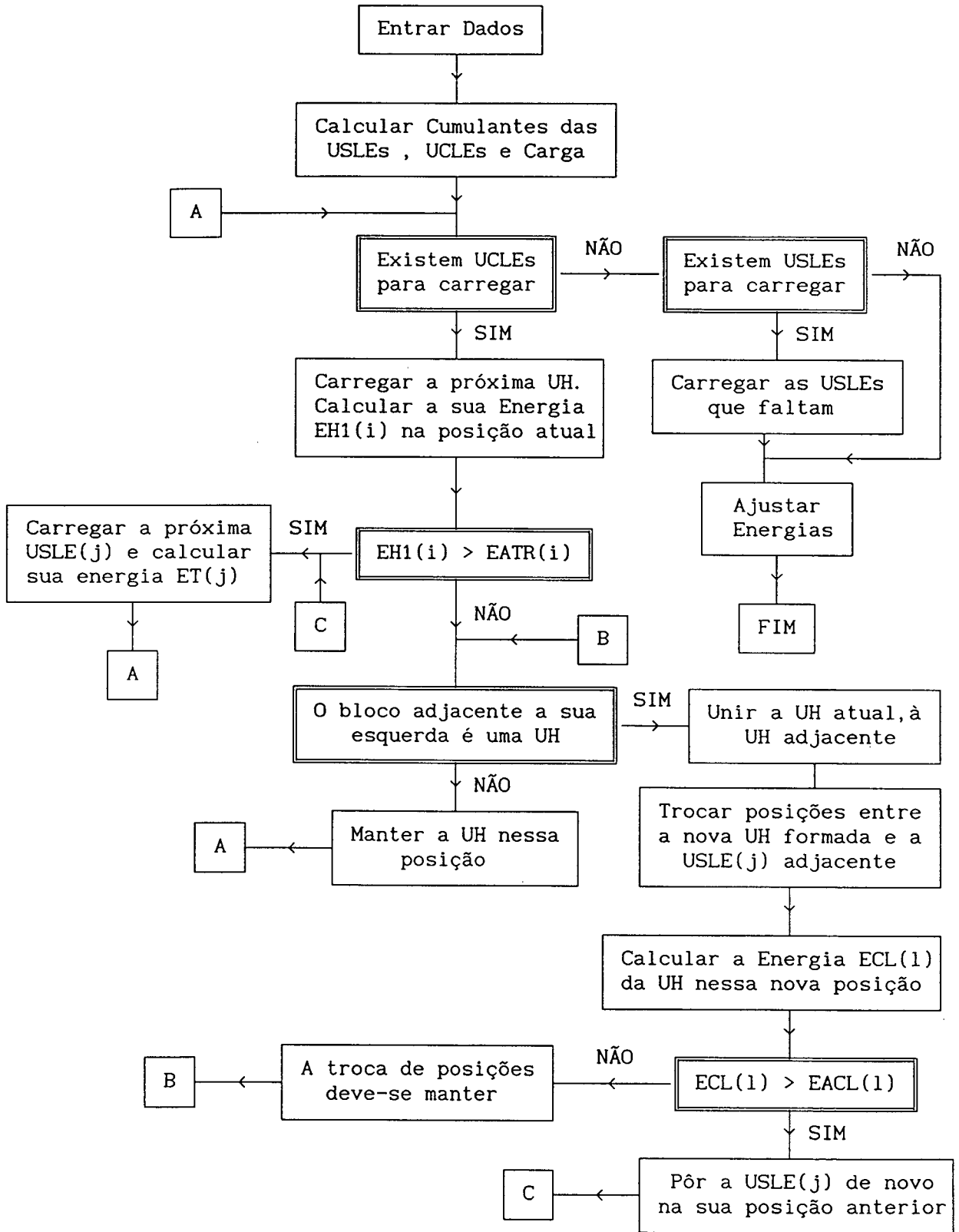


FIGURA 5-5

DIAGRAMA EM BLOCOS DO ALGORITMO USADO PARA ALOCAR AS UCLEs



CAPÍTULO 6

EXEMPLOS E RESULTADOS USANDO OS ALGORITMOS ESTUDADOS

6.1 INTRODUÇÃO

A partir de dois exemplos , se mostrará a validade dos algoritmos estudados e desenvolvidos .

As unidades geradoras envolvidas podem ser Sem Limitação de Energia (USLE) , ou Com Limitação de Energia (UCLE) , e se dividem nos seguintes tipos :

- Tipo 1 : USLE de um bloco de potência a dois estados .
- Tipo 2 : USLE de um bloco de potência a múltiplos estados .
- Tipo 3 : USLE de vários blocos de potência a dois estados .
- Tipo 4 : USLE de múltiplos blocos de potência a múltiplos estados.
- Tipo 6 : UCLE de um bloco de potência a dois estados .
- Tipo 7 : Grupo de UCLEs formando um cluster .

Os resultados que se quer encontrar nos exemplos a seguir (obtidos num PC/AT-286) são os seguintes :

- 1) Energia esperada gerada pela UG i , $EEG(i)$.No caso de ser uma UG i de j blocos , $EEG(i,j)$.
- 2) Energia esperada gerada por todo o parque de geração , EET.
- 3) Custo de produção esperado pela UG i , $CPE(i)$.
- 4) Custo de produção esperado total do parque de geração , CPT .
- 5) Probabilidade de Perda de Carga na capacidade P [MW] , LOLP(P).
- 6) Energia Esperada Não Suprida , EENS .

6.2 EXEMPLO CONSIDERANDO APENAS UNIDADES GERADORAS SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA

Neste item se consideram três exemplos da referência [14] para calcular com o programa desenvolvido , os diferentes itens citados no ponto 6.1 , e depois comparar os resultados .

Os dados de custo de combustível somente foram levados em conta , por necessidade do algoritmo desenvolvido . Os dados são mostrados no Apêndice B-1 , e os resultados no Apêndice B-2 .

O sistema se compõe de quatro UGs . As três primeiras são de tipo 1 , com potências de 1000 MW , e taxas de saídas forçadas de 0.1 , 0.2 e 0.3 . A quarta será a unidade variável . Se têm como dados também os 4 primeiros cumulantes da carga (cumulantes de ordem 4) , os que permanecem constantes nos três exemplos .

NUMERO DE CUMULANTES = 4

CUMULANTES DA CARGA

DIA	MES	CONTADOR	CUMCARG1	CUMCARG2	CUMCARG3	CUMCARG4
1	1	1	.60000E+04	.40000E+07	-.24000E+10	.96000E+12

EXEMPLO 1 : A quarta unidade geradora é do tipo 1 , com uma potência de 800 MW e um FOR de 0.1 .

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR	UNIDADE	TIPO	TIPO	BLOCO	ESTADO	POTENCIA	DISPON.
I	NUMERO	COMBUS.	DISTR.	NUMERO	NUMERO	[MW]	[PU]
1	1	2	1	1	1	1000	.900
2	2	2	1	1	1	1000	.800
3	3	2	1	1	1	1000	.700
4	4	1	1	1	1	800	.900

RESULTADOS

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO(GWH)	CUST.ENER BLOCO(\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST.ENER ACUM. (\$)
2	1	1	1	.895	.8945E+05	.895	.8945E+05
2	1	2	1	.785	.7832E+05	1.680	.1678E+06
2	1	3	1	.670	.6664E+05	2.350	.2344E+06
1	1	4	1	.667	.5299E+03	3.017	.2349E+06

EXEMPLO 2 : A quarta unidade geradora é do tipo 2 ,com uma potência de 800 MW a três estados .

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR I	UNIDADE NUMERO	TIPO COMBUS.	TIPO DISTR.	BLOCO NUMERO	ESTADO NUMERO	POTENCIA [MW]	DISPON. [PU]
1	1	2	1	1	1	1000	.900
2	2	2	1	1	1	1000	.800
3	3	2	1	1	1	1000	.700
4	4	1	2	1	1	0	.080
5	4	1	2	1	2	600	.080
6	4	1	2	1	3	800	.840

RESULTADOS

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO(GWH)	CUST.ENER BLOCO(\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST.ENER ACUM. (\$)
2	1	1	1	.895	.8945E+05	.895	.8945E+05
2	1	2	1	.785	.7832E+05	1.680	.1678E+06
2	1	3	1	.670	.6664E+05	2.350	.2344E+06
1	2	4	1	.667	.5301E+03	3.017	.2349E+06

EXEMPLO 3 : A quarta unidade geradora é do tipo 3,com dois blocos de potência de 200 e 600 MW e um FOR de 0.1 .

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR I	UNIDADE NUMERO	TIPO COMBUS.	TIPO DISTR.	BLOCO NUMERO	ESTADO NUMERO	POTENCIA [MW]	DISPON. [PU]
1	4	1	3	1	1	200	.900
2	1	2	1	1	1	1000	.900
3	2	2	1	1	1	1000	.800
4	3	2	1	1	1	1000	.700
5	4	1	3	2	1	800	.900

RESULTADOS

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO (GWH)	CUST. ENER BLOCO (\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
1	3	4	1	.180	.3608E+02	.180	.3608E+02
2	1	1	1	.892	.8918E+05	1.072	.8922E+05
2	1	2	1	.782	.7798E+05	1.854	.1672E+06
2	1	3	1	.665	.6606E+05	2.518	.2333E+06
1	3	4	2	.498	.4963E+03	3.016	.2337E+06

Como se pode apreciar na TABELA 6-1 , os resultados encontrados pelo algoritmo desenvolvido concordam quase totalmente com aqueles da referência [14] . As pequenas diferenças se devem às aproximações na apresentação dos resultados .

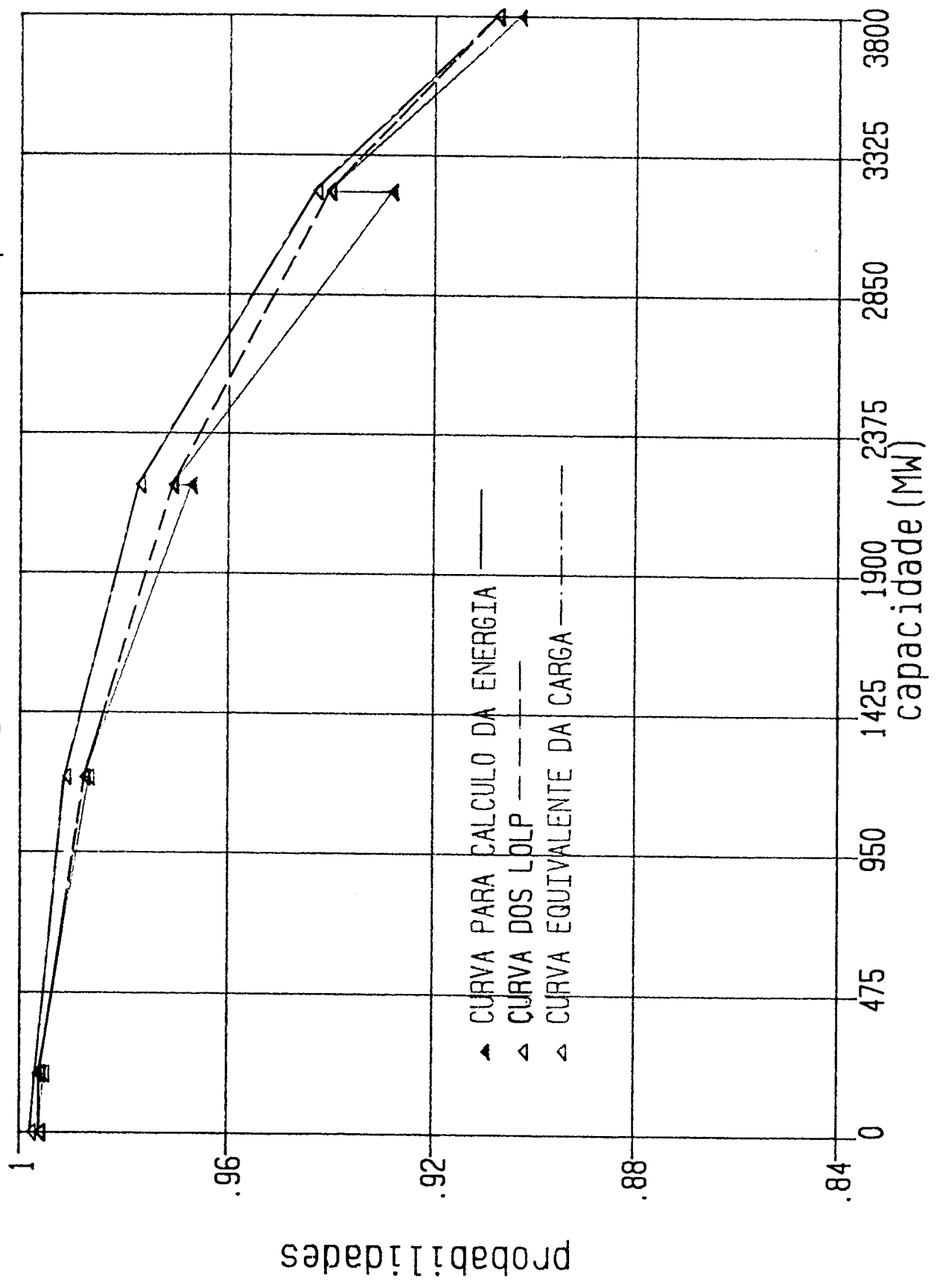
		REFERÊNCIA [14]	MODELO DESENVOLVIDO
EXEMPLO 1	EEG(4,1) [GWh]	.666	.667
	LOLP(3000 MW)	.949	.94979
EXEMPLO 2	EEG(4,1) [GWh]	.666	.667
	LOLP(3000 MW)	.949	.94979
EXEMPLO 3	EEG(4,1) [GWh]	.1793	.180
	EEG(4,2) [GWh]	.497	.498
	LOLP(0 MW)	.997	.99658
	LOLP(3200 MW)	.940	.94037

TABELA 6-1

Na FIGURA 6-1 pode-se ver três diferentes curvas , correspondentes ao exemplo 3 :

- Curva 1 : Esta curva é usada para calcular a energia esperada gerada $EEG(i,j)$. Para o cálculo da $EEG(4,1)$ apenas se necessita do valor dos cumulantes da carga .Para o cálculo da $EEG(4,2)$ se precisa do valor da soma dos cumulantes das unidades geradoras 1,2,3, mais os cumulantes da carga. Os cumulantes do primeiro bloco não devem ser levados em conta , já que são estatisticamente dependentes , dos do segundo bloco .
- Curva das LOLP : Esta curva mostra como varia o valor da LOLP à medida que se carregam as UGs . A última LOLP marcada corresponde à LOLP do sistema .
- Curva de Carga Duração Equivalente : Esta curva equivalente corresponde a todo o sistema , portanto fornece o valor da LOLP do sistema .

CURVAS DE : Energia - L.O.L.P. - Equivalente



6.3 EXEMPLO CONSIDERANDO UNIDADES GERADORAS COM E SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA

Neste exemplo se mostra passo a passo , como se alocam as Unidades Geradoras Com Limitação de Energia (UCLEs), na pilha de geral de carregamento .

Primeiro se considera um caso base onde se têm n Unidades Geradoras (UGs) Sem Limitação de Energia (USLEs) de tipo 1 (Os dados e resultados se mostram no Apêndice B , itens B-3 e B-4) .

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR I	UNIDADE NUMERO	TIPO COMBUS.	TIPO DISTR.	BLOCO NUMERO	ESTADO NUMERO	POTENCIA [MW]	DISPON. [PU]
1	1	1	1	1	1	900	.800
2	2	1	1	1	1	850	.800
3	3	1	1	1	1	800	.800
4	4	2	1	1	1	750	.800
5	5	2	1	1	1	700	.800
6	6	2	1	1	1	650	.800
7	7	1	1	1	1	600	.800
8	8	1	1	1	1	600	.800
9	9	1	1	1	1	500	.800
10	10	2	1	1	1	450	.800
11	11	2	1	1	1	400	.800
12	12	2	1	1	1	350	.800
13	13	1	1	1	1	300	.800
14	14	1	1	1	1	300	.800
15	15	1	1	1	1	300	.800
16	16	1	1	1	1	150	.800

RESULTADOS

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO (GWH)	CUST. ENER BLOCO (\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
1	1	1	1	525.600	.2516E+04	525.600	.2516E+04
1	1	2	1	496.400	.2370E+04	1022.000	.4886E+04
1	1	3	1	467.200	.2225E+04	1489.200	.7111E+04
2	1	4	1	438.000	.8468E+04	1927.200	.1558E+05
*** UNIDADES CARREGADAS DESDE O KNEE DA CURVA ***							
2	1	5	1	407.362	.7457E+04	2334.562	.2304E+05
2	1	6	1	361.658	.6258E+04	2696.220	.2929E+05
1	1	7	1	316.289	.1491E+04	3012.509	.3078E+05
1	1	8	1	291.405	.1373E+04	3303.914	.3216E+05
1	1	9	1	219.523	.1029E+04	3523.438	.3319E+05
2	1	10	1	176.383	.2354E+04	3699.820	.3554E+05
2	1	11	1	138.537	.1717E+04	3838.357	.3726E+05
2	1	12	1	106.578	.1221E+04	3944.935	.3848E+05
1	1	13	1	80.375	.3730E+03	4025.310	.3885E+05
1	1	14	1	70.145	.3255E+03	4095.455	.3918E+05
1	1	15	1	60.208	.2794E+03	4155.663	.3946E+05
1	1	16	1	26.791	.1234E+03	4182.454	.3958E+05

CONCLUSOES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 7652.
 POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 8600.
 POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 0.
 ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 4375.181
 NUMERO DE CUMULANTES= 4
 ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 4182.454
 CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .3958E+05

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -192.727
 PROBABILIDADE DE PERDA DE CARGA= .29573E+00
TEMPO DE CALCULO DO CUSTO(SEG) = 0.49

Agora as USLEs números 3,7,8,10,13,14,15, do caso base se transformam em UCLEs números 3,7,8,10,13,14,15 respectivamente, com a Energia Atribuida da unidade i , EATR(i) , mostrada na TABELA 6-2 :

UNIDADE GERADORA i	POTÊNCIA[MW]	EEG(i) [GWh] CASO BASE	EATR(i) [GWh]
3	800	467.2	467.2
7	600	316.289	303.847
8	600	291.405	303.847
10	450	176.383	176.383
13	300	80.375	70.243
14	300	70.145	70.243
15	300	60.208	70.243

TABELA 6-2

O critério para atribuir essa quantidade de energia é o seguinte :

- As UCLES 3 e 10 , têm as Energias Atribuídas iguais às Energias Esperadas Geradas pelas USLEs 3 e 10 no caso base, EEG(3) e EEG(10) .
- A $EATR(7) + EATR(8) = EEG(7) + EEG(8)$ do caso base
com $EATR(7) = EATR(8)$, e suas potências iguais , para que as UCLES 7 e 8 , possam competir pela mesma posição na pilha de carregamento , formando um cluster de duas UCLES.
- Para as UCLES 13,14,15 aplica-se a mesma política anterior .

Desta forma as UCLES(i) se alocam nas posições correspondentes as USLEs(i) do caso base. Deve-se notar que a probabilidade de perda de carga (LOLP) e a Energia Esperada Não Suprida (EENS) , serão iguais no caso base como no caso considerando as UCLES .

A continuação se descreve os passos seguidos para encontrar as EEG(i) quando se têm USLEs e UCLES (os dados e resultados parciais se mostram no Apêndice B) :

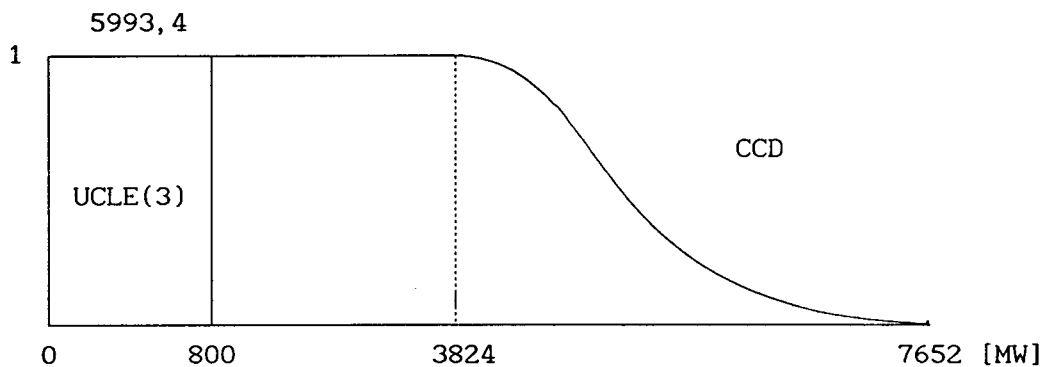
1) Carrega-se a primeira UCLE de sua pilha de carregamento , UCLE(3) :

O Cumulante Equivalente usado para o cálculo da EEG(3), neste primeiro passo ,
é o Cumulante da Carga (a seguir se mostrará apenas o cumulante de ordem 1) :

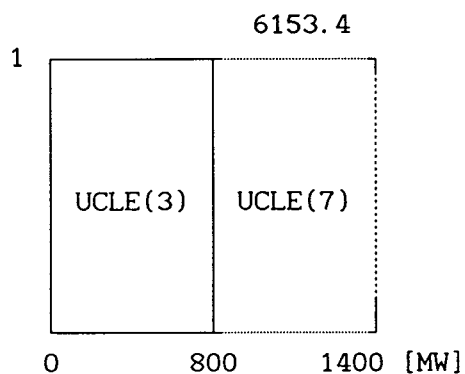
$$CUEQ(1) = CUCA(1) = 5993.4 \text{ [MW]} = \text{Potência média.}$$

$$EEG(3) = 467.2 \text{ [GWh]}$$

$EEG(3) = EATR(3) \implies$ a UCLE(3) aloca-se nesta posição .



2) Carrega-se a próxima UCLE , UCLE(7) :

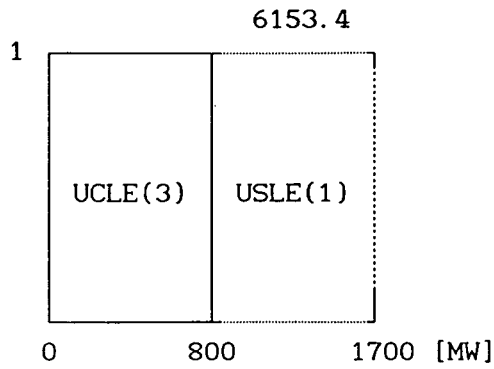


$$CUEQ(2) = CUEQ(1) + CUCLE(3) = 6153.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(7) = 730 \cdot 600 \cdot 0.8 \cdot \frac{1 + 1}{2} = 350.4 \text{ [GWh]}$$

$EEG(7) > EATR(7) \implies$ a UCLE(7) não se aloca nesta posição , e volta-se a carregar logo depois da potência mínima da CCD .

3) Carrega-se a primeira USLE de sua pilha de carregamento, USLE(1) :

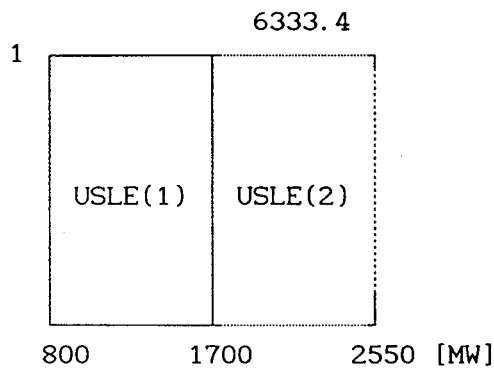


$$\text{CUEQ}(2) = \text{CUEQ}(1) + \text{CUCLE}(3) = 6153.4 \text{ [MW]}$$

$$\text{EEG}(1) = 525,6 \text{ [GWh]}$$

A USLE(1) aloca-se nesta posição .

4) Carrega-se a USLE(2) :

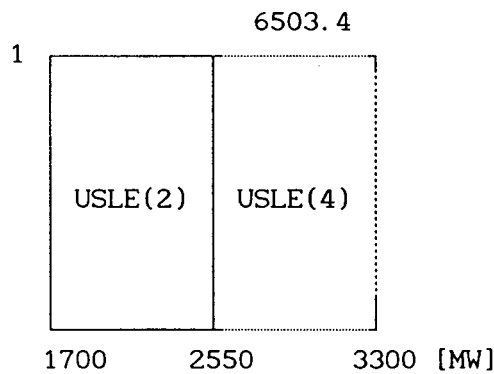


$$\text{CUEQ}(3) = \text{CUEQ}(2) + \text{CUSLE}(1) = 6333.4 \text{ [MW]}$$

$$\text{EEG}(2) = 496.4 \text{ [GWh]}$$

A USLE(2) aloca-se nesta posição .

5) Carrega-se a USLE(4) :

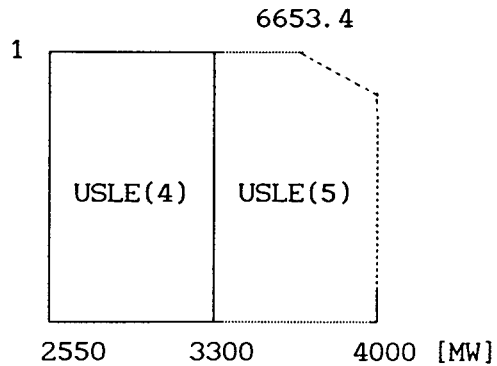


$$\text{CUEQ}(4) = \text{CUEQ}(3) + \text{CUSLE}(2) = 6503.4 \text{ [MW]}$$

$$\text{EEG}(4) = 438.0 \text{ [GWh]}$$

A USLE(4) aloca-se nesta posição .

6) Carrega-se a USLE(5) :

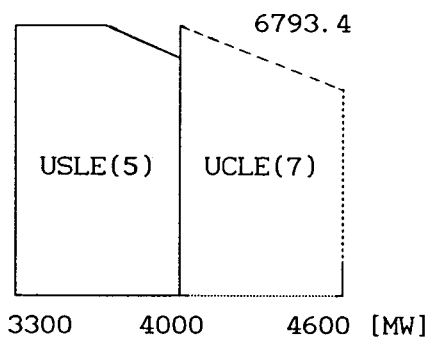


$$CUEQ(5) = CUEQ(4) + CUSLE(4) = 6653.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(4) = 407.36 \text{ [GWh]}$$

A USLE(5) aloca-se nesta posição .

7) Carrega-se a UCLE(7) , já que a capacidade acumulada é maior que a potência mínima da CCD (3824 MW) :

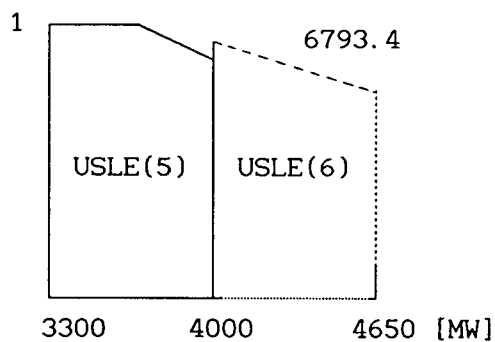


$$CUEQ(6) = CUEQ(5) + CUSLE(5) = 6793.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(7) > EATR(7) \implies$$

a UCLE(7) não se aloca nesta posição .

8) Carrega-se a USLE(6) :

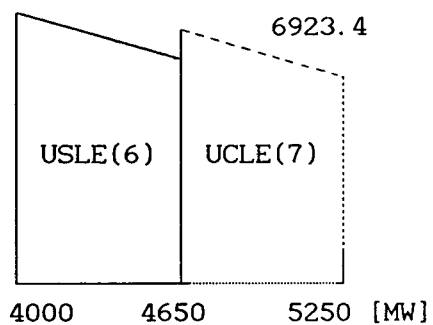


$$CUEQ(6) = 6793.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(6) = 361.66 \text{ [GWh]}$$

A USLE(6) aloca-se nesta posição .

9) Carrega-se a UCLE(7) :

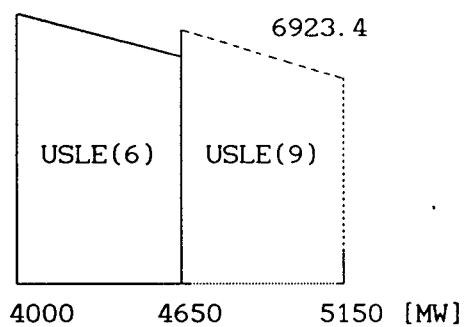


$$CUEQ(7) = CUEQ(6) + CUSLE(6) = 6923.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(7) < EATR(7)$$

a UCLE(7) não se aloca nesta posição .

10) Carrega-se a USLE(9) :

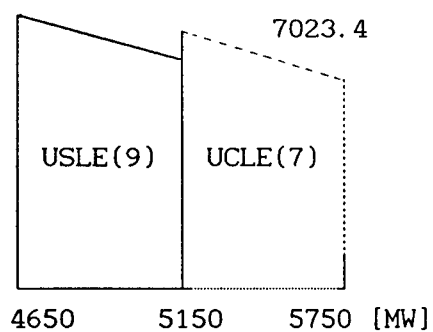


$$CUEQ(7) = 6923.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(9) = 265.7 \text{ [GWh]}$$

A USLE(9) aloca-se nesta posição .

11) Carrega-se a UCLE(7) :

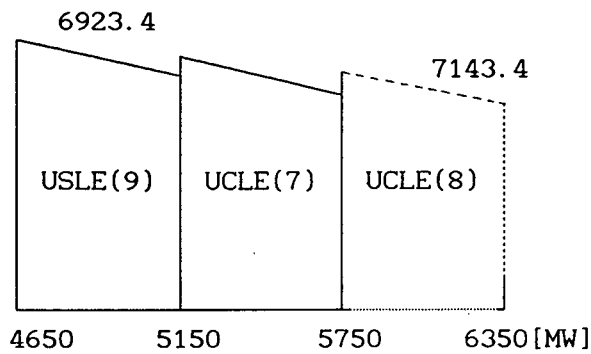


$$CUEQ(8) = CUEQ(7) + CUSLE(9) = 7023.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(7) = 296.2 \text{ [GWh]} < EATR(7)$$

a UCLE(7) se aloca nesta posição .

12) Carrega-se a UCLE(8) :

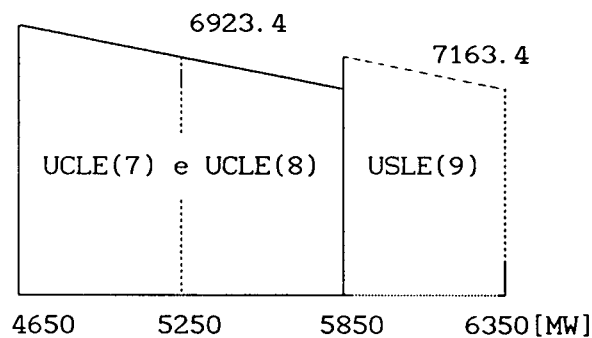


$$CUEQ(9) = CUEQ(8) + CUCLE(7) = 7143.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(8) = 265.4 \text{ [GWh]} < EATR(8)$$

a UCLE(8) se aloca nesta posição .

13) Como a UG que precede à UCLE(8) é também uma UCLE , então se forma um cluster entre estas duas UCLEs, e se troca a posição com a USLE(9) :



Cumulante Equivalente Parcial para calcular a energia da USLE(9) , CUEQP(9)

$$CUEQP(9) = CUEQ(7) + CUCLE(7) + CUCLE(8) = 7163.4 \text{ [MW]}$$

Energia Esperada Parcial Gerada pelas USLE(9) nesta posição = EEGP(9)

$$EEGP(9) = 219.52 \text{ [GWh]}$$

Energia Esperada Parcial Gerada pelo Cluster 1 = EEGCLP(1)

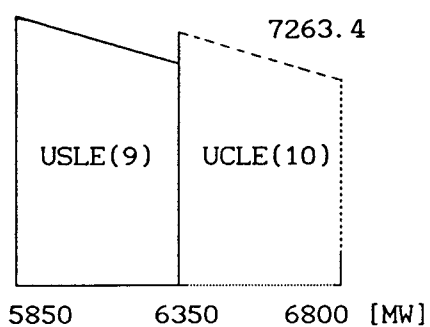
$$EEGCLP(1) = EEG(9) + EEG(7) + EEG(8) - EEGP(9) = 607.69 \text{ [GWh]}$$

Energia Esperada Parcial Atribuída ao Cluster 1 = EEATCLP(1)

$$EEATCLP(1) = EATR(7) + EATR(8) = 607.69 \text{ [GWh]}$$

$EEGCLP(1) = EEATCLP(1) \implies$ o Cluster é formado e se aloca nesta posição.

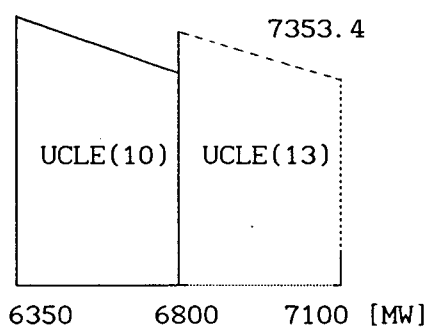
14) Carrega-se a UCLE(10) :



$$\text{CUEQ}(10) = \text{CUEQ}(9) + \text{CUSLE}(9) = 7263.4 \text{ [MW]}$$

$\text{EEG}(10) = 176.38 \text{ [GWh]} = \text{EATR}(10) \implies$
a UCLE(10) se aloca nesta posição .

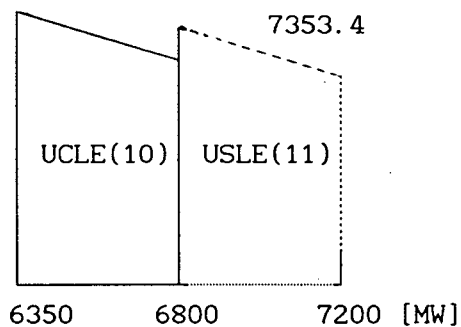
15) Carrega-se a UCLE(13) :



$$\text{CUEQ}(11) = \text{CUEQ}(10) + \text{CUCLE}(10) = 7353.4 \text{ [MW]}$$

$\text{EEG}(13) > \text{EATR}(13) \implies$
a UCLE(13) não se aloca nesta posição .

16) Carrega-se a USLE(11) :

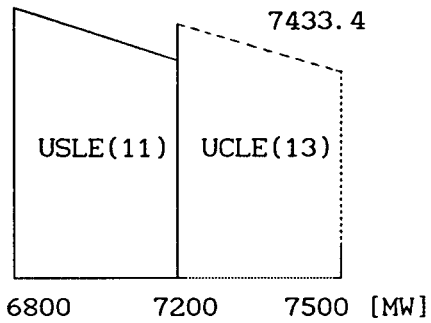


$$\text{CUEQ}(11) = 7353.4 \text{ [MW]}$$

$$\text{EEG}(11) = 138.54 \text{ [GWh]}$$

A USLE(11) aloca-se nesta posição .

17) Carrega-se a UCLE(13) :

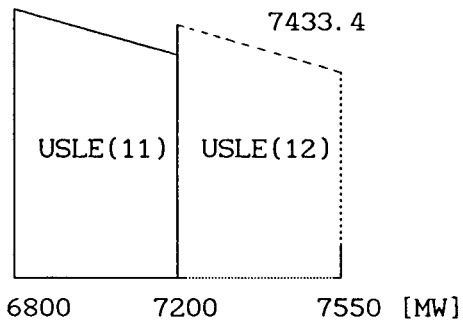


$$CUEQ(12) = CUEQ(11) + CUSLE(11) = 7433.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(13) > EATR(13) \implies$$

a UCLE(13) não se aloca nesta posição .

18) Carrega-se a USLE(12) :

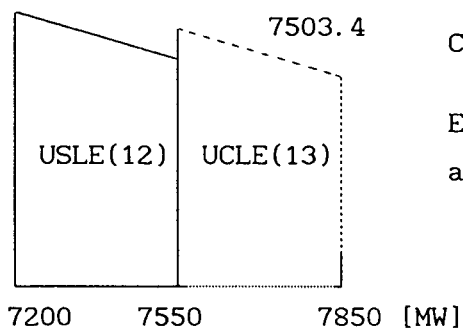


$$CUEQ(12) = 7433.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(12) = 106.58 \text{ [GWh]}$$

A USLE(12) aloca-se nesta posição .

19) Carrega-se a UCLE(13) :

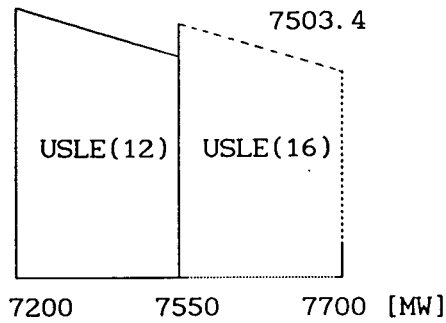


$$CUEQ(13) = CUEQ(12) + CUSLE(12) = 7503.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(13) > EATR(13) \implies$$

a UCLE(13) não se aloca nesta posição .

20) Carrega-se a USLE(16) :

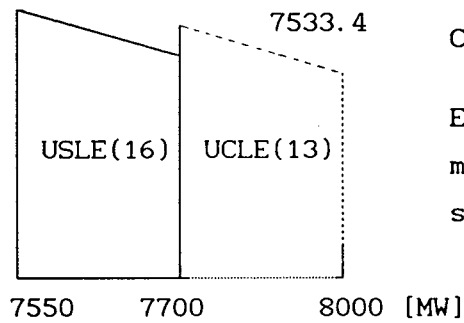


$$CUEQ(13) = 7503.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(16) = 41.80 \text{ [GWh]}$$

A USLE(16) aloca-se nesta posição .

21) Carrega-se a UCLE(13) :

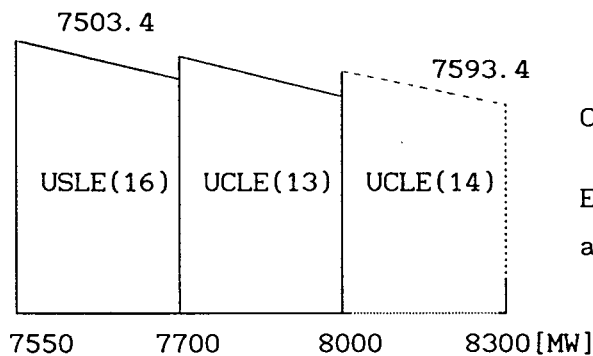


$$CUEQ(14) = CUEQ(13) + CUSLE(16) = 7533.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(13) = 75.23 \text{ [MWh]} > EATR(13)$$

mas como não se têm mais USLEs , a UCLE(13) se aloca nesta posição.

22) Carrega-se a UCLE(14) :

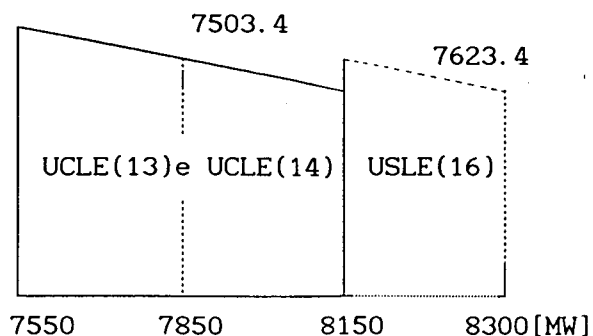


$$CUEQ(15) = CUEQ(14) + CUCLE(13) = 7593.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(14) = 65.12 \text{ [GWh]} < EATR(14)$$

a UCLE(14) se aloca nesta posição .

23) Como a UG que precede à UCLE(14) é também uma UCLE , então se forma um cluster entre estas duas UCLEs, e se muda a posição com a USLE(16):



$$CUEQP(15) = CUEQ(13) + CUCLE(13) + CUCLE(14) = 7623.4 \text{ [MW]}$$

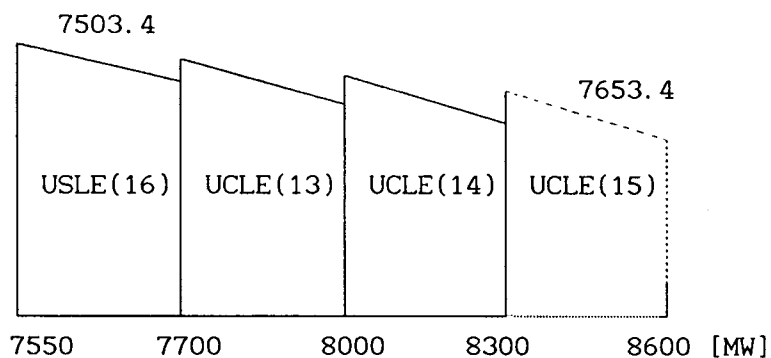
$$EEGP(16) = 31.61 \text{ [GWh]}$$

$$EEGCLP(2) = EEG(16) + EEG(13) + EEG(14) - EEGP(16) = 150.54 \text{ [GWh]}$$

$$EEATCLP(2) = EATR(13) + EATR(14) = 140.49 \text{ [GWh]}$$

$EEGCLP(2) > EEATCLP(2)$ ====> o Cluster não se forma , e deve-se voltar a situação do passo 22) .

24) Carrega-se a UCLE(15) :

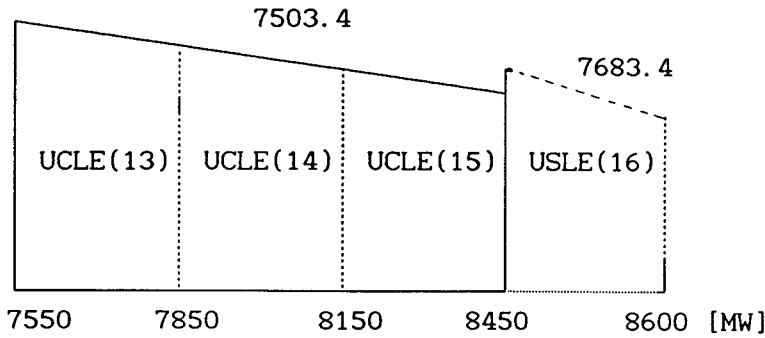


$$CUEQ(16) = CUEQ(15) + CUCLE(14) = 7653.4 \text{ [MW]}$$

$$EEG(15) = 55.39 \text{ [GWh]} < EATR(15)$$

a UCLE(15) se aloca nesta posição .

25) Como se têm duas UCLEs que precedem à UCLE(15) , então se forma um cluster entre estas três UCLEs , e se muda a posição com a USLE(16):



$$CUEQP(16) = CUEQ(13) + CUCLE(13) + CUCLE(14) + CUCLE(15) = 7683.4 \text{ [MW]}$$

$$EEGP(16) = 26.79 \text{ [GWh]}$$

$$EEGCLP(2) = EEG(16) + EEG(13) + EEG(14) + EEG(15) - EEGP(16) = 210.74 \text{ [GWh]}$$

$$EEATCLP(2) = EATR(13) + EATR(14) + EATR(15) = 210.73 \text{ [GWh]}$$

EEGCLP(2) = EEATCLP(2)====> o Cluster se forma com as três UCLEs ,
e se aloca nesta posição .

26) Comparando as TABELAS de Energia-Custo do Apêndice B(B-4 e B-6) , pode-se concluir que as UCLEs se alocaram corretamente na pilha geral de carregamento

RESULTADOS

TABELA ENERGIA-CUSTO COM UCLEs

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO (GWH)	CUST. ENER BLOCO (\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
0	6	3	1	467.200	.0000E+00	467.200	.0000E+00
1	1	1	1	525.600	.2516E+04	992.800	.2516E+04
1	1	2	1	496.400	.2370E+04	1489.200	.4886E+04
2	1	4	1	438.000	.8468E+04	1927.200	.1335E+05
*** UNIDADES CARREGADAS DESDE O KNEE DA CURVA ***							
2	1	5	1	407.362	.7457E+04	2334.562	.2081E+05
2	1	6	1	361.658	.6258E+04	2696.220	.2707E+05
0	7	7	1				
0	7	8	1	607.741	.0000E+00	3303.961	.2707E+05

1	1	9	1	219.523	.1029E+04	3523.484	.2810E+05
0	6	10	1	176.383	.0000E+00	3699.867	.2810E+05
2	1	11	1	138.537	.1717E+04	3838.404	.2981E+05
2	1	12	1	106.578	.1221E+04	3944.982	.3104E+05
0	7	13	1				
0	7	14	1				
0	7	15	1	210.757	.0000E+00	4155.739	.3104E+05
1	1	16	1	26.791	.1234E+03	4182.530	.3116E+05

27) Para calcular a LOLP e a EENS do sistema devem-se considerar todas as UGs carregadas . Os resultados são idênticos para o caso base como para o caso considerando UCLES .

$$CUEQ(17) = CUEQ(16) + CUSLE(16) = 7713.4 \text{ [MW]}$$

$$LOLP(8600) = 0.29573$$

$$EENS = \sum_{i=1}^n EEG(i) - T \cdot CUCA(1) = -192.651 \text{ [GWh]}$$

$$T = \text{periodo de tempo de estudo} = 730 \text{ hs}$$

$$CUCA(1) = \text{Cumulante de ordem 1 da carga} = 5993.4 \text{ [MW]}$$

CONCLUSOES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 7652.

POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 5250.

POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 3350.

ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 4375.181

NUMERO DE CUMULANTES= 4

ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 4182.530

CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .3116E+05

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -192.651

PROBABILIDADE DE PERDA DE CARGA= .29573E+00

TEMPO DE CALCULO DO CUSTO(SEG) = 0.66

28) Comparações de custos e tempos de cálculo entre o caso base e com UCLEs :

	CPT [\$. 10 ⁵]	TC [seg]
CASO BASE	0.3958	0.49
COM UCLEs	0.3116	0.66

O diagrama geral da pilha de carregamento do caso base ,e considerando UCLEs, é mostrada respectivamente nas FIGURAS 6-2 a e 6-2 b .

PILHA DE CARREGAMENTO GERAL DO CASO BASE E CONSIDERANDO UCLEs

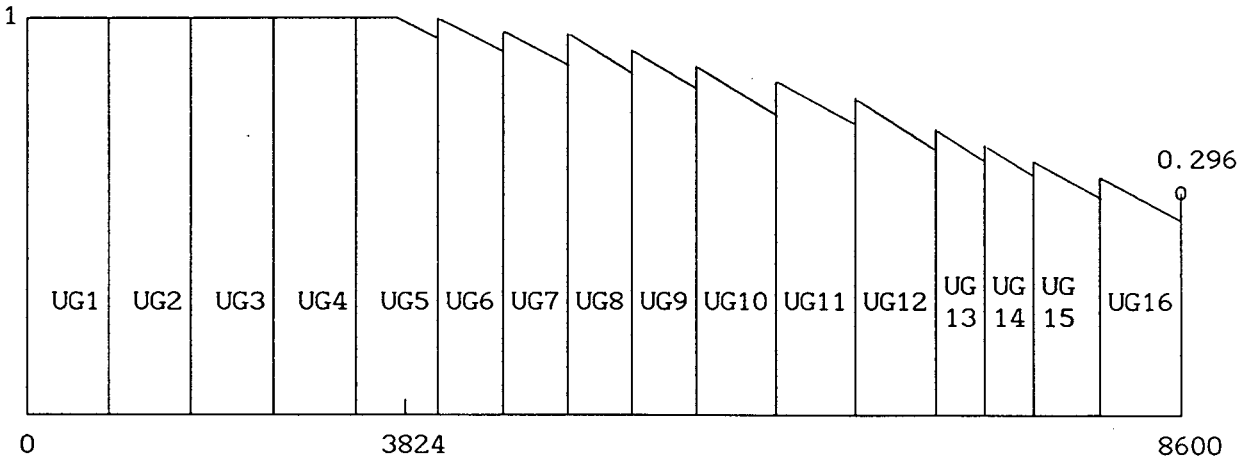


FIGURA 6-2 a

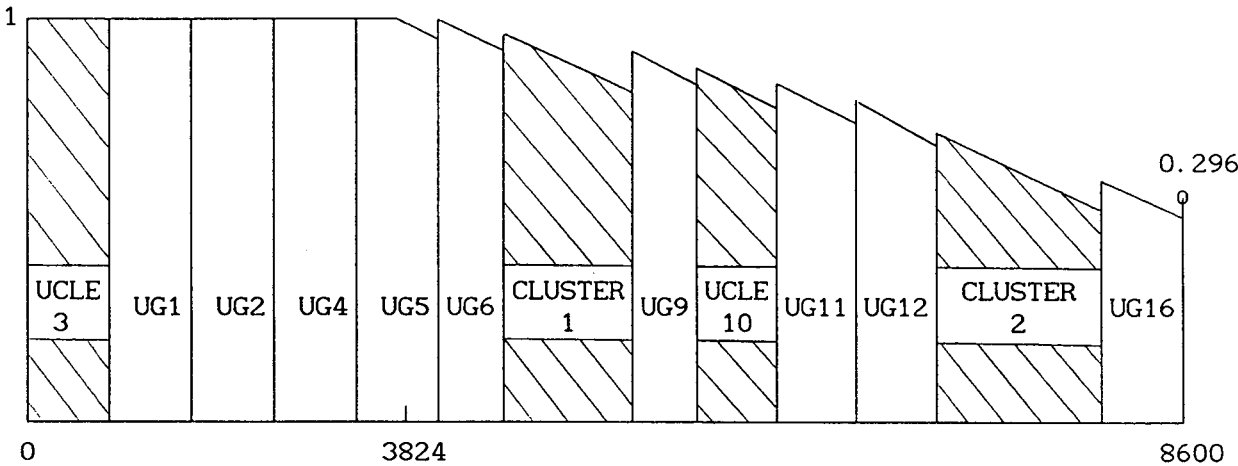


FIGURA 6-2 b

Se agora se diminui o valor da energia atribuída da unidade geradora 3 a :

$$EATR(3) = 420 \text{ GWh}$$

se obtém dois clusters formados pelas seguintes unidades :

- CLUSTER 1 ---> UCLEs 3 , 7 , 8 e 10 .
- CLUSTER 2 ---> UCLEs 13 , 14 , 15 .

A posição de todas as unidades na pilha de carregamento antes do ajuste final de energia , é mostrada na FIGURA 6-3. Este caso está analisado na referência [62]

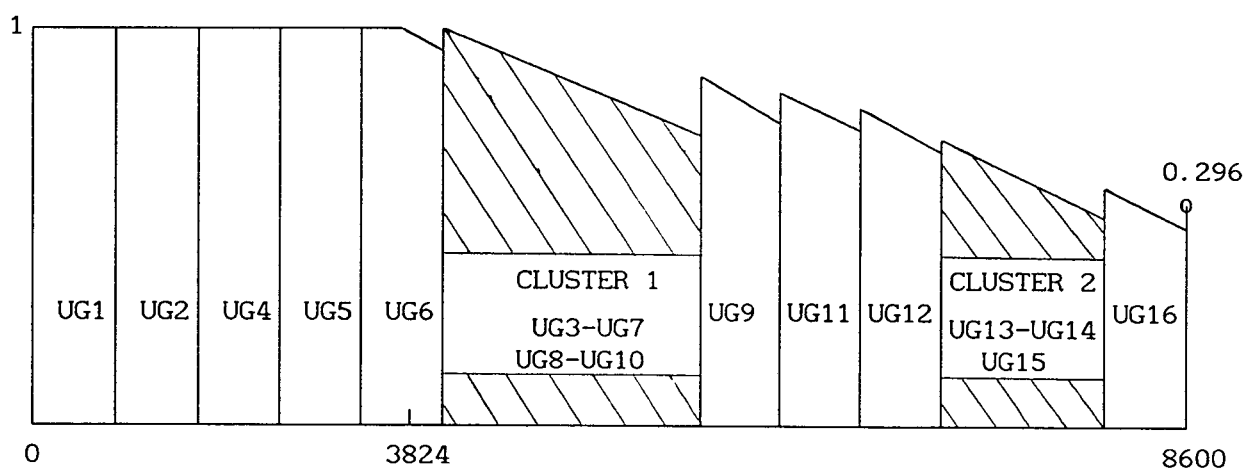


FIGURA 6-3

Ou seja que mexendo com a energia atribuída de alguma UCLE é possível encontrar diferentes configurações da pilha de carregamento geral .

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Este trabalho visou apresentar , no marco do planejamento da operação e com um parque de geração predominantemente termoeletrico , um modelo de produção estocástica baseado no método dos cumulantes , levando em consideração unidades com e sem limitação de energia.

O programa computacional desenvolvido para tal fim pode :

- a) Modelar as unidades geradoras como sendo do tipo multiblocos a múltiplos estados , para melhor representação da operação das unidades .
- b) Calcular a energia esperada gerada por cada unidade geradora , e o custo associado à dita geração . Como uma consequência disto , pode-se calcular a energia esperada gerada por todo o parque gerador , e o custo total esperado .
- c) Calcular os índices de confiabilidade do sistema (probabilidade de perda de carga e energia esperada não suprida) .
- d) Alocar otimamente as unidades com limitação de energia na pilha de carregamento geral , seja em forma isolada , seja formando grupos de ditas unidades (clusters) . Esta alocação se faz sem produzir deformação da curva de carga-duração equivalente , o que é um problema no algoritmo convencional de corte de ponta (peak-shaving) .
- e) Calcular o custo marginal de operação do sistema e , através de análise de sensibilidade , obter o valor d'água de cada aproveitamento hidroelétrico .

A rapidez na obtenção dos resultados dos itens b) , c) e d) , se deve ao fato que o processo de convolução-deconvolução para formar a curva de carga duração equivalente , que é o coração do método , se realiza somando -subtraindo os cumulantes das variáveis aleatórias envolvidas .

As sugestões para futuros trabalhos , são as seguintes :

- Uso da técnica dos cumulantes , na modelagem probabilística de fontes alternativas de energia integradas em sistema de potência convencional .
- Uso da técnica dos cumulantes , para a implementação de algoritmos de programação da manutenção .
- Desenvolvimento dos métodos analíticos de modelagem aplicando :

1) A transformada rápida discreta de Fourier (FFT) .

2) A técnica dos grandes desvios ou método aproximado de Esscher .

para dispor , juntamente com os modelos de convolução discreta e cumulantes já existentes , das principais ferramentas de estudo e análises na área da produção estocástica . Desta forma poder-se-á comparar e avaliar melhor os resultados obtidos .

- Alterar o algoritmo de carregamento das unidades geradoras com limitação de energia , carregando primeiro as sem limitação , e em seguida as unidades com limitação de energia .
- Depois que a unidade com limitação de energia esteja pre-alocada (sem ajustar a sua energia) na pilha de carregamento, realizar o ajuste da energia ainda disponível , considerando que a unidade precedente está segmentada em diversos blocos de potência , para que a unidade com limitação de energia em seu deslocamento para a esquerda, possa se inserir num deles.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGOS :

- [1]Baleriaux H. , Jamouelle E., Guertechin de Linard . "Simulation de l'exploitation d'un parc de machines thermiques de production d'electricité couplé à des stations de pompage" . Revue E (Edition S.R.B.E.) pp 3 -24 , Vol V ,No7 , 1967 .
- [2]Hall D. , Ringlee R. , Wood A. "Frequency and Duration Methods for Power Systems Reliability Calculations -Part I- Generation Systems Model " . IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-87 , No 9 , September 1968 , pp 1787-1796 .
- [3]Booth R. "A computer model of the simulation of power systems operations " Proceedings of the third power systems computations conference,Report O.S.1., June 1969 .
- [4]Booth R. "Power system simulation model based on probability analysis". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-91 , 1972 .
- [5]Sager M., Ringlee R. , Wood A. "A new generation production cost program to recognize forced outage". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-91 , 1972.
- [6]Joy D.S. , Jenkins R.T. "A Probabilistic Model for estimating the operation cost of an Electric Power Generating Systems " . Artigo apresentado ao Simposio de Métodos de Planejamento de Empresas Nucleares , Oak Ridge National Laboratory , January 1974 ,Oak Ridge , Tennessee.
- [7]Wang L. "The effects of uncertainties in FOR and load forecast on the LOLP". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-96 , Nov/Dec 1977 .
- [8]Viramontes F. , Hamilton B. "Optimal long range hydro scheduling in the integred power system". IEEE Trans on Power Apparatus and

- Systems-97 , Jan/Feb 1978 .
- [9]Lee S.T. , Dechamps C. "Mathematical model for economic evaluation of tidal power in the Bay of the Fundy". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-97 , Sep/Oct 1978.
- [10]Billinton R. , Harrington P. "Reliability evaluation in energy limited generating capacity studies". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-97 , Nov/Dec 1978 .
- [11]Stremel J. , Rau N. "The Cumulant Method of Calculating LOLP " IEEE PES Summer Meeting ,Vancouver Canada ,PAPER No.A79-506-7,July 1979.
- [12]Coelho H. , Zörn H. "Reliability and production cost evaluation of large power systems subject to power and energy restrictions". 3⁰ International Symposium on Large Engineering Systems , Canada , 1980 .
- [13]"IEEE reliability test system". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-98 , Nov/Dec 1979 .
- [14]Stremel J. , Jenkins R. , Babb R. , Bayless W. "Production costing using the cumulant method of representing the equivalent load curve". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-99 , Sep/Oct 1980 .
- [15]Rau N. , Toy P. , Schenk K. "Expected energy production cost by the method of moments". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-99 , Sep/Oct 1980 .
- [16]Sidenblad K.,Lee Y."A probabilistic production costing methodology for systems with storage". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-100 ,1981
- [17]Stremel J. "Sensitivity study of the cumulant method of calculating generation system reliability". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-100 , Feb 1981 .
- [18]Hamoud G. , Billinton R. "An approximate and practical approach to including uncertainty concepts in generation capacity reliability evaluation". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-100 , Mar 1981 .

- [19]Dechamps C. , Yamayee Z. , Chan M.L. "Analytical treatment of hydro units with random energy in stochastic production simulation". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-101 , Jan 1982 .
- [20]Levy D. , Kahn E. "Accuracy of the Edgeworth approximation for LOLP calculations in small power systems". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-101 , Apr 1982 .
- [21]Manhire B. , Jenkins T. "A new technique for simulating the operation of multiple assigned-energy generating units suitable for use in generation system expansion planning models". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-101 , Oct 1982 .
- [22]Cunha S. , Gomes F. , Oliveira G. , Pereira M. "Reliability evaluation in hidrothermal generating systems". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-101 , Dec 1982 .
- [23]Coelho J. , Zürn H. "Avaliação da agregação parcial e total de usinas hidroelétricas para otimização da produção de energia mediante modelos estocásticos". 4º Congresso Brasileiro de Automática - Campinas - 1982 .
- [24]Yamayee Z. , Sidenblad K. "A computationally efficient optimal maintenance scheduling method". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-102 , Feb 1983 .
- [25]Smith R. , Shultz R., Swett T. "Cumulant method equivalent load curve calculation performance for small generation systems" IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-102 , May 1983 .
- [26]Rau N. , Necsulescu.C "An investigation of two methods for the probabilistic energy production simulation". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-102 , Aug 1983 .
- [27]Mazumdar M. , Gaver D. "A comparison of algorithms for computing power generating system reliability indices". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-103 , Jan 1984 .

- [28]Schenk K. , Misra R. , Vassos S. , Wen W. "A new method for the evaluation of expected energy generation and loss of load probability". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-103 , Feb 1984
- [29]Rau N. , Necsulescu C. "Economics of energy storage devices in interconnected systems-a new approach". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-103 , Jun 1983 .
- [30]Bloom J. "Generation cost curves including energy storage". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-103 , Jul 1984 .
- [31]Cunha S. , Oliveira G. , Pinto L. , Pereira M. "Eficiência computacional dos métodos de cálculo da probabilidade de perda de carga um estudo comparativo". 1ºCongresso Latino-americano. de Automática ,Campina Grande 1984 .
- [32]Vinagre M. , Queiroz J. "Modelos de carga para estudos de confiabilidade uma análise" 1ºCongresso Latino-americano de Automática , Campina Grande 1984.
- [33]Durán H. "A recursive approach to the cumulant method of calculating reliability and production cost". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-104 , Jan 1985 .
- [34]Mohan P. , Balasubramanian R. , Prakasa Rao "A new Fourier method for evaluating generation system reliability indices". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-104 , Jul 1985 .
- [35]Bloom J. "Probabilistic Production Costing with dependent generating sources". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-104 , Aug 1985 .
- [36]Yamayee Z. , Hossein H. "Production simulation for power system studies". IEEE Trans on Power Apparatus and Systems-104 , Dec 1985 .
- [37]Durán H. "On improving the convergence and accuracy of the cumulant method of calculating reliability and production cost". IEEE Power Systems , PWRS 1 , Aug 1986 .

- [38]Allan N. , Billinton R. , Abdel-Gawad " The IEEE Test Reliability , Extensions to and Evaluation of the Generating Systems ". IEEE Power Systems , Nov. 1986
- [39]Ahsan Q. , Schenk K. "Sensitivity study of the cumulant method for evaluating reliability measures of two interconnected systems". IEEE Reliability , R36 , Oct 1987 .
- [40]Sanabria L. , Dillon T. "An error correction algorithm for stochastic production costing". IEEE Power Systems , Vol 3 , Feb 1988 .
- [41]Gross G. , Garapic N., McNutt B. "The mixture of normals approximation technique for equivalent load duration curves". IEEE Power Systems , Vol 3 , May 1988 .
- [42]Shu-jun Chen "A new method for stochastic production simulation in generation systems with multiple hydro units". IEEE Energy Conversion , Vol 3 , Jun 1988 .
- [43]Wang X. "Equivalent energy function approach to power system probabilistic modeling". IEEE Power Systems , Vol 3 , Aug 1988 .
- [44]Leite da Silva A., Blanco Pazo , Coelho J. "Discrete convolution in generating capacity reliability evaluation - LOLE calculations and uncertainty aspects". IEEE Power Systems , Vol 3 , Nov 1988 .
- [45]Contaxis G. , Kavatza S. , Vournas C. "An interactive package for risk evaluation and maintenance scheduling". IEEE Power Systems , May 1989 .
- [46]Pereira M.V. , Maceira M.E. , Oliveira G.C. , Pinto G.V. "Combining analytical models and Monte-Carlo techniques in probabilistic power system analysis" , Rio de Janeiro-Brazil,1990 .
- [47]Staschus K.,Bell A., Cashman E. "Usable hydro capacity and electric utility production simulation and reliability calculations" IEEE Power Systems , May 1990 .

- [48]Conejo A.,Caramanis M., Bloom J. "An efficient algorithm for optimal reservoir utilization in probabilistic production costing" IEEE Power Systems , May 1990 .

LIVROS :

- [49]Kendall M. , Stuart A. "The Advanced Theory os Statistics". Volume 1 , Hafner Publishing Co. , New York , 1963 .
- [50]Cramer H. "Mathematical Methods of Statistics" .Princeton University Press , 1974 .
- [51]Papoulis A. "Probability , Random Variables , and Stochastic Processes" McGraw-Hill , 1984 .
- [52]Clark B. " Probabilidade e Processos Estocásticos " . Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. , 1970.
- [53]Billinton R. "Power Systems Reliability Evaluation". Gordon and Breach Science Publishers Inc. , NY , 1970 .
- [54]Vardi J. , Avi-Itzhak " Electric Energy Generation Economics , Reliability and Rates ". MIT PRESS , 1981 .
- [55]Ringlee J. " Métodos Probabilísticos para Projeto e Planejamento de Sistemas Elétricos". Volume 10 , Edições UFSM , 1983 .
- [56]El-Abiad A ." Power Systems Analysisand Planning " .Mc Graw-Hill ,1984
- [57]Wood A. , Wollenberg B. "Power generation , operation and control", Wiley & Sons , 1984 .

CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO :

- [58]Zürn H. " Modelos de Confiabilidade de Geração " Universidade Federal de Santa Catarina - Brasil , 1989 .

- [59]Garces F. " Cálculos de Confiabilidad Determinación de la Reserva Necesaria en los Sistemas Eléctricos ". Universidad Nacional de San Juan - Argentina , 1990 .

RELATÓRIOS TÉCNICOS :

- [60]" Power Systems Planning " CESP , 1978 .
- [61]Necyk G . , Oliveira G. C. " Cálculo Aproximado dos Índices de Confiabilidade de Geração pelo Método de Esscher " . CEPEL , 1986.
- [62]González Jorge " Manual do Usuário do Programa PECUL " , Universidade Federal de Sta. Catarina-Brasil , Laboratório de Potência (LABSPOT),1991.

APÊNDICE A

CONCEITOS BÁSICOS DE PROBABILIDADE .

A.1 INTRODUÇÃO

Praticamente todas as disciplinas da Engenharia estão baseadas na Matemática Aplicada . A teoria da Confiabilidade baseia-se na Teoria de Probabilidade.

A solução de um problema de engenharia , incluindo aspetos probabilísticos , têm geralmente os seguintes passos :

- 1.- Modelagem do Problema , transformando o problema físico numa formulação matemática .
- 2.- Solução do Problema, aplicando as regras da teoria probabilística.
- 3.- Interpretação dos Resultados obtidos .

Este Apêndice está dedicado ao repasso dos conceitos fundamentais da teoria de probabilidade [51,52] , necessários para entender e resolver as questões dos Capítulos estudados.

A.2 CONCEITOS BÁSICOS da TEORIA de PROBABILIDADE

A.2.1 Teoria de Conjuntos

Um "conjunto A " é uma coleção de "elementos ξ_i " com $i = 1, \dots, n$, e é descrito como : $A = \{ \xi_1, \dots, \xi_n \}$

Não se consideram conjuntos arbitrários , senão aqueles que pertencem a um conjunto maior S , chamado Universo . Chama-se **evento** a algum subconjunto de S . O evento certo é S , o evento impossível é o conjunto vazio ϕ , y o evento elemental é aquele conjunto que contém só um elemento ξ .

Algumas das operações com conjuntos são :

- 1) Igualdade : $A = B$
- 2) Soma ou União : $A_1 + \dots + A_n = A_1 \cup \dots \cup A_n$
- 3) Produto ou Interseção : $A_1 \dots A_n = A_1 \cap \dots \cap A_n$
- 4) Complementação : $\bar{A} = S - A$

A.2.2 Diversas Definições de Probabilidade

Existem essencialmente quatro formas de defini-la:

A) Probabilidade como uma medida da crença que uma coisa possa ou não ser verdadeira .

B) Probabilidade Clássica definida como :

$$P [A] = \frac{N_A}{N}$$

N_A = n° de vezes que o evento A pode acontecer.

N = n° total de possíveis resultados .

$P [A]$ = probabilidade de um evento A (encontrado a priori sem realizar um experimento real) .

C) Probabilidade como uma medida da frequência relativa .

O experimento é realizado n vezes . Se o evento A acontece n_A vezes , então a probabilidade define-se como :

$$P [A] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$$

D) Probabilidade baseada numa definição axiomática .

A probabilidade que um evento A acontecer , é um número $P[A]$, que obedece aos seguintes Postulados :

$$I) P [A] \geq 0$$

$$II) P [S] = 1 \quad S \text{ é o evento certo.}$$

III) Dados dois eventos A e B , $[A + B]$ é o evento que acontece quando A ou B acontecer . Diz-se que A e B são **Mutuamente Exclusivos** , se a ocorrência de um evento num dado experimento exclui a ocorrência do outro evento , é dizer:

$$A \cap B = \phi \implies P[A + B] = P[A] + P[B]$$

IV) Se têm-se A_i eventos ($i=1,..n$) , com a condição :

$$A_i \cap A_j = \phi \text{ para todo } i \neq j \implies P [A_1 + .. + A_n] = P [A_1] + .. + P [A_n]$$

Esta é uma generalização do postulado III).

Os Corolários resultantes são :

$$1) P [\bar{A}] = 1 - P [A]$$

$$2) 0 \leq P [A] \leq 1$$

$$3) \text{ Se } A \text{ e } B \text{ não são mutuamente exclusivos } \implies \\ P [A + B] = P [A] + P [B] - P [A.B]$$

$$4) \text{ Se } B \subset A \implies P [A] \geq P [B]$$

A.2.3 Espaços Amostrais

Agora identifica-se aos elementos ξ de um conjunto S , com os resultados dos experimentos. Um experimento $E(S, \mathcal{F}, P)$ define-se como :

- 1.- Um conjunto S de resultados ξ , chamado **Espaço Amostral**.
- 2.- Um Campo de Borel \mathcal{F} , que consiste de certos subconjuntos de S chamados eventos.
- 3.- Um n° $P[A_i]$, associado a cada evento A , chamado Probabilidade do evento A_i .

A.2.4 Variáveis Aleatórias

Alguns experimentos apresentam espaços amostrais cujos resultados são números, e outros não. Por exemplo :

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad S = \{\text{cara, coroa}\}$$

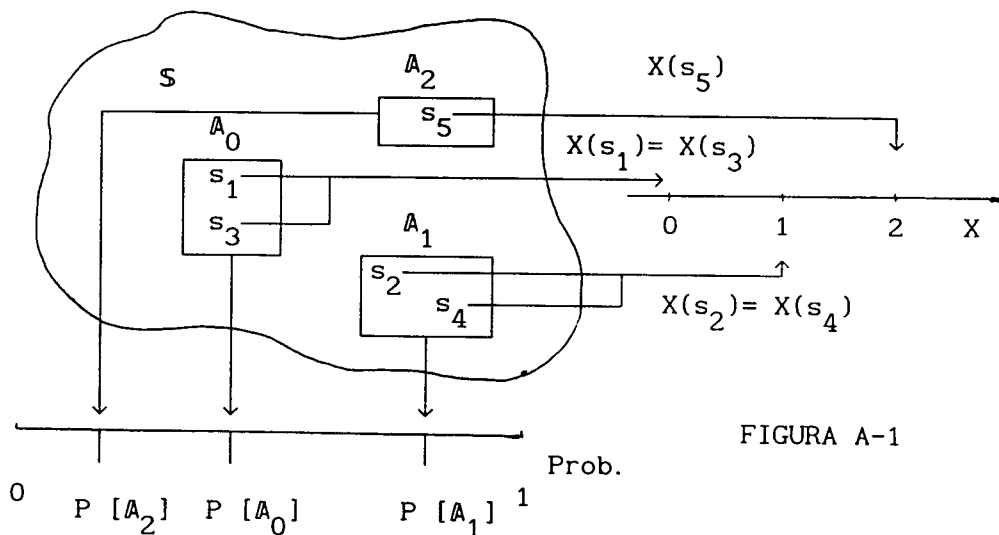
Para fins matemáticos é desejável ter números associados a ditos resultados.

DEFINIÇÃO: Uma variável aleatória (v.a.) X , é uma função que associa a cada ponto do espaço amostral um n° (geralmente um n° real). O espaço amostral S é o domínio da v.a., e o contradomínio é um certo subconjunto do conjunto dos n° reais. Dois ou mais pontos amostrais diferentes, podem ter um mesmo valor X , o recíproco não é válido.

A escolha de uma v.a. para um estudo específico, não está fixada dentro da estrutura da probabilidade, e é o proprio estudo que diz qual das v.a. possíveis, é a adequada.

EVENTOS DEFINIDOS ATRAVÉS DE V.A. : A probabilidade é uma fn. de conjunto ou regra , que associa um n^o a um conjunto de pontos em S . Seu domínio é o conjunto de eventos de uma experiência aleatória , e seu contradomínio está contido no intervalo $[0,1]$.

Se X é uma v.a., e α um n^o real fixado , pode-se definir o evento A_α como um subconjunto de S , consistindo de todos os pontos amostrais s , para os quais a v.a. X associa o n^o α , é dizer : $A_\alpha = \{ s / X(s) = \alpha \}$ Como A_α é um evento \Rightarrow têm uma probabilidade associada $p = P [A_\alpha]$. De modo geral pode-se interpretar a p , como a probabilidade da v.a. X assumir o valor α . Mais especificamente , supor que S consiste de 5 pontos amostrais $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$, segundo a FIGURA A-1 :



com as seguintes probabilidades :

$$p_1 = P [\{ s_1 \}] , \dots , p_5 = P [\{ s_5 \}] , \quad \sum_{i=1}^5 p_i = 1$$

Define-se a v.a. X por :

$$X(s_1) = X(s_3) = 0 , \quad X(s_2) = X(s_4) = 1 , \quad X(s_5) = 2$$

Assim obtem-se :

$$A_0 = \{ s / X(s) = 0 \} = \{ s_1, s_3 \} \Rightarrow P[A_0] = P[\{ s_1, s_3 \}]$$

$$A_1 = \{ s / X(s) = 1 \} = \{ s_2, s_4 \} \Rightarrow P[A_1] = P[\{ s_2, s_4 \}]$$

$$A_2 = \{ s / X(s) = 2 \} = \{ s_5 \} \Rightarrow P[A_2] = P[\{ s_5 \}]$$

$$P[X=0] = p_1 + p_3 = P[A_0] = \text{probabilidade que a v.a. seja igual a 0.}$$

$$P[X=1] = p_2 + p_4 = P[A_1] = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad 1.$$

$$P[X=2] = p_5 = P[A_2] = \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad 2.$$

Para n° fixados α , a , b , têm-se :

$$P[X \leq \alpha] = \text{probabilidade que } X \text{ assumira um valor } \leq \alpha.$$

$$P[X > \alpha] = \text{probabilidade que } X \text{ assumira um valor } > \alpha.$$

$$P[a < X \leq b] = \text{probabilidade que } X \text{ assumira um valor entre } a \text{ e } b.$$

A.2.5 Função Distribuição

Se X é uma v.a. , e α um n° , então a $P[X \leq \alpha]$ é uma função que depende de α . Esta Fn. é denominada **Função Distribuição de Probabilidade (FDP)** , e representa-se como :

$$F(\alpha) = P[X \leq \alpha] , \text{ com } \alpha \in \mathbb{R}$$

(A-1)

A maior parte das informações importantes sobre um sistema de ,probabilidades está dada pelo comportamento de $F(\alpha)$.

PROPRIEDADES DA $F(x)$:

$$1) \quad 0 \leq F(x) \leq 1$$

$$F(-\infty) = 0 \quad F(\infty) = 1$$

$$2) \quad F(x_1) \leq F(x_2) \quad \text{para} \quad x_1 < x_2$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} F(x) = F(x_0^+)$$

$$4) \quad \text{Se } F(x) \text{ é descontínua para } x = x_0, \text{ o degráu nesse ponto é igual a}$$

$$P [X = x_0] = F(x_0) - F(x_0^-)$$

$$5) \quad P [x_1 \leq x \leq x_2] = F(x_2) - F(x_1^-)$$

A.2.6 Variáveis Aleatórias Discretas

Uma v.a. discreta pode-se caracterizar como aquela cuja $F(x)$ desenvolve-se a saltos, como na FIGURA A-2a. As únicas contribuições não nulas para $F(x)$ acontecem em um conjunto discreto de pontos $[x_0, x_1, x_2]$, então a probabilidade dos valores não nulos, constituem um conjunto da forma :

$$[X = x_i] \quad \text{com} \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Dessa forma pode-se definir uma fn. em x_i que têm o valor da discontinuidade da $F(x)$ em cada um destes x_i . Define-se então uma nova fn.:

$$p(x_i) = P [X = x_i]$$

(A-2)

chamada função de densidade de probabilidade (fdp).

Por exemplo na FIGURA A-2b , têm-se :

$$p(x_2) = P [X = x_2] = F(x_2) - F(x_2^-)$$

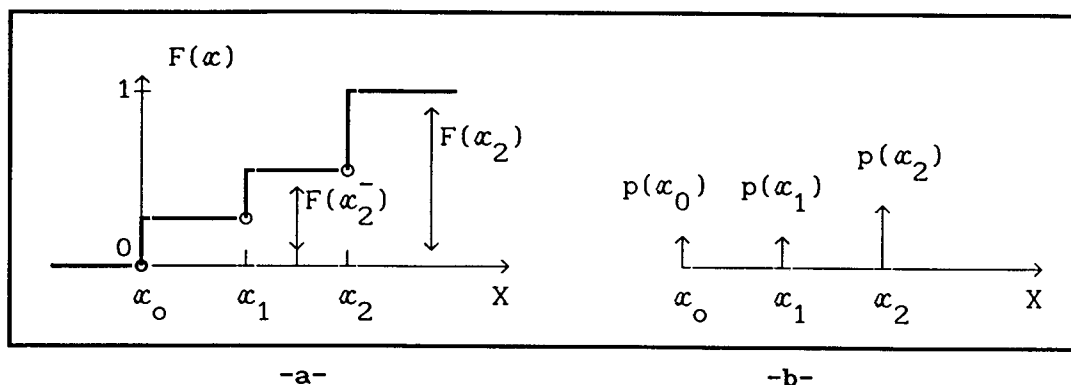


FIGURA A-2

e têm as seguintes propriedades :

1) $p(x) = 0$ em todos os pontos diferentes de x .

2) $0 \leq p(x_i) \leq 1$

3) $\sum_i p(x_i) = 1$

4) $F(x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i)$

A.2.7 Variáveis Aleatórias Contínuas

Uma v.a. x é contínua , se sua $F(x)$:

a) É contínua

b) Tiver derivada $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ para todo x , salvo possivelmente em um conjunto finito de pontos .

c) Se sua derivada fora seccionalmente contínua , então observa-se :

$$P [X = x] = 0$$

A fdp e a FDP , definem-se como :

$$\boxed{f(x) = \frac{dF(x)}{dx}} \quad \implies \quad \boxed{F(x) = \int_{-\infty}^x f(l).dl} \quad (A-3)$$

A fn. $f(x)$ possui as propriedades :

1) $f(x) \geq 0$ para todo x .

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x).dx = 1$$

3) $f(x)$ é seccionalmente contínua .

$$4) \int_a^b f(l).dl = F(b) - F(a) = P [a \leq X < b]$$

A relação que existe entre $F(x)$ e $f(x)$ está dada pelas FIGURAS :

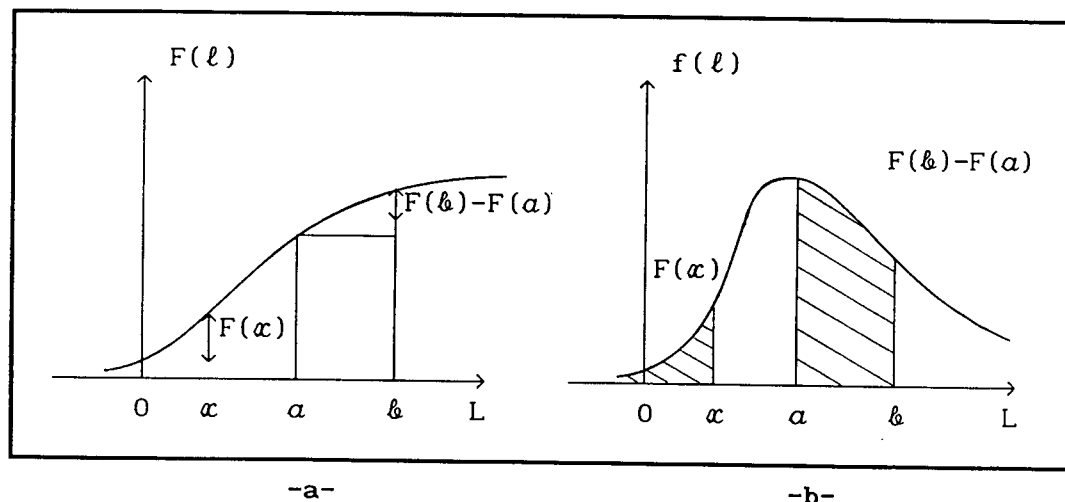


FIGURA A-3

Uma interpretação física de $F(x)$, consiste em considerá-la como uma distribuição de massa unidimensional , de massa total 1 , distribuída ao longo do eixo X , é dizer $F(x)$ representaria a massa no intervalo que vai entre $-\infty$ e x , e a $f(x)$ a densidade de massa (massa por unidade de comprimento) no ponto x .

A.2.8 Distribuição Normal

Uma v.a. contínua possui uma distribuição normal ou gaussiana (FIGURA A-4) , quando sua fdp têm a forma seguinte :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\Pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(x - \eta)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} \quad (A-4)$$

η = média	$-\infty < x < \infty$
σ = desvio padrão	$-\infty < \eta < \infty$
	$\sigma > 0$

As constantes η e σ representam dois parâmetros que devem ser especificados .
No caso particular de $\eta = 0$, $\sigma = 1$,obtêm-se o que se denomina **função densidade de probabilidade normal padronizada** :

$$\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{x^2}{2} \right\} \quad (A-5)$$

Dada sua grande aplicabilidade na descrição de fenômenos da vida real , e devido ao Teorema do Limite Central , esta função é das mais importantes e úteis na probabilidade .

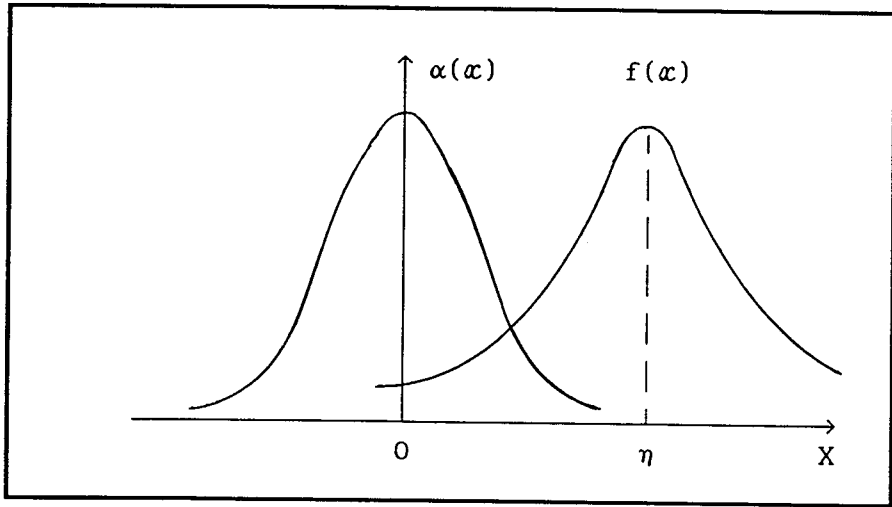


FIGURA A-4

A.2.9 Conjunto de Duas Variáveis Aleatórias

Anteriormente estudo-se as propriedades de uma única v.a., definida num dado espaço amostral . Em muitas aplicações torna-se importante o estudo de duas ou mais v.a., definidas num dado espaço amostral S .

Sejam X e Y duas v.a. definidas em S , como se ve na FIGURA A-5 :

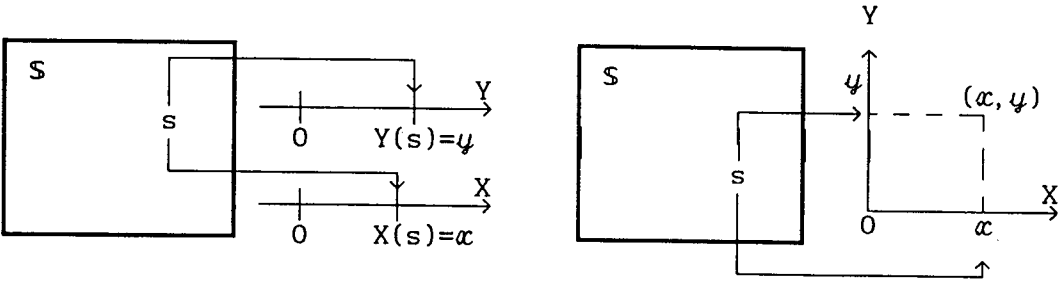


FIGURA A-5

Dessa maneira , cada ponto amostral s define dois n^0 reais x e y , onde eles podem-se tratar como as coordenadas de algum ponto no plano X - Y . Assim o conjunto de v.a. (X,Y) , pode-se considerar como uma fn. que a cada ponto s no espaço amostral , associa um ponto (x,y) no plano X - Y . Esse conceito geométrico pode-se estender a n v.a. .

Funções de Distribuição para Duas Variáveis Aleatórias :

As FDP das v.a. X e Y , são :

$$F_X(x) = P [X \leq x] = P[A_1] \quad F_Y(y) = P [Y \leq y] = P[A_2]$$

$$A_1 = \{ s / X(s) \leq x \} \quad A_2 = \{ s / Y(s) \leq y \}$$

A FDP Conjunta de X e Y , define-se como :

$$F_{XY}(x,y) = P [X \leq x , Y \leq y] = P [A_1 \cap A_2]$$

Dois eventos A_1 e A_2 são **independentes** se :

$$P [A_1 \cap A_2] = P[A_1]. P[A_2]$$

As v.a. X e Y são independentes , se os eventos A_1 e A_2 são independentes para todo x e y :

$$P [X \leq x , Y \leq y] = P [X \leq x].P [Y \leq y]$$

$$F_{XY}(x,y) = F_X(x).F_Y(y)$$

Se as fdp existem então :

$$f_{XY}(x,y) = f_X(x).f_Y(y)$$

Funções de Densidade - Caso Discreto :

Uma v.a. bidimensional (X,Y) têm uma distribuição discreta, se X e Y são individualmente discretas . Se X e Y assumem valores x_k e y_n respectivamente , então :

$$p_{kn} = P [X = x_k , Y = y_n] \quad \text{com } k,n \text{ valores inteiros .}$$

representa um ponto de massa no ponto (x_k, y_n) , e é denominada fdp Conjunta de X e Y .

Suas propriedades são :

a) $0 \leq p_{kn} \leq 1$ para cada k e n .

b) $\sum_{k,n} p_{kn} = 1$

c) $F(x,y) = \sum_{\substack{k \leq x \\ n \leq y}} p_{kn}$

d) $p_k = P [X=x_k] = \sum_n P [X = x_k , Y = y_n] = \sum_n p_{kn}$

A probabilidade p_k é igual à massa de todos os pontos sobre a linha vertical $X = x_k$.

Similarmente :

$$q_n = P [Y=y_n] = \sum_k P [X = x_k , Y = y_n] = \sum_k p_{kn}$$

A probabilidade q_n é igual à massa de todos os pontos sobre a linha horizontal $Y = y_n$.

As v.a. X e Y são independentes $\iff p_{kn} = p_k \cdot q_n$

Funções de Densidade - Caso Contínuo :

Define-se a fdp Conjunta $f_{XY}(x, y)$, das v.a. X e Y , como sendo :

$$F_{XY}(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(\Delta, \ell) \cdot d\ell \cdot d\Delta \implies f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}$$

A fdp satisfaz as seguintes propriedades :

a) $f_{XY}(x, y) \geq 0$ para todo x e y

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot dy \cdot dx = 1$

c) $f(x, y)$ é contínua para todos os pontos, com exceção possivelmente de um n^o finito de valores de x e y .

$$F_X(x) = F_{XY}(x, \infty) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta, \ell) \cdot d\ell \cdot d\Delta \implies f_X(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, \ell) \cdot d\ell$$

$$F_Y(y) = F_{XY}(\infty, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^y f(\Delta, \ell) \cdot d\ell \cdot d\Delta \implies f_Y(y) = \frac{dF(y)}{dy} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta, y) \cdot d\Delta$$

As v.a. X e Y são independentes $\iff f_{XY}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$

A.2.10 Conjunto de uma Sequência de Variáveis Aleatórias

Os conceitos dados para duas v.a. podem-se estender imediatamente para n v.a..

Sejam x_1, \dots, x_n , n v.a. definidas num mesmo espaço amostral, a FDP Conjunta define-se como:

$$F(x_1, \dots, x_n) = P [X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n]$$

Se as v.a. são discretas, então a fdp Conjunta está dada por :

$$p_{k_1 \dots k_n} = P [X_1 = x_{k_1}, \dots, X_n = x_{k_n}] \quad \text{com } k_i \text{ inteiros} \\ i = 1, \dots, n$$

As Densidades Marginais de uma ou mais v.a., são obtidas através de somas apropriadas :

$$p_{k_n} = P [X_n = x_{k_n}] = \sum_{k_1} \dots \sum_{k_{n-1}} p_{k_1 \dots k_n}$$

$$p_{k_1 \dots k_n} = P [X_1 = x_{k_1}, \dots, X_{n-1} = x_{k_{n-1}}] = \sum_{k_n} p_{k_1 \dots k_n}$$

Se as v.a. são contínuas, e $F(x_1, \dots, x_n)$ admite derivada parcial mista contínua, define-se a fdp Conjunta como :

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\delta^n F(x_1, \dots, x_n)}{\delta x_1 \dots \delta x_n}$$

Independência de n variáveis aleatórias : As v.a. X_1, \dots, X_n são independentes se os eventos $[X_1 \leq x_1] \dots [X_n \leq x_n]$, são independentes para qualquer x_1, \dots, x_n , então :

$F(x_1, \dots, x_n) = F(x_1) \dots F(x_n)$ $f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) \dots f(x_n)$

A.2.11 Teorema do Limite Central

Considerar uma seqüência de v.a. independentes X_1, \dots, X_n com suas respectivas $f_{X_i}(\alpha)$ (com $i=1, \dots, n$). Da Lei dos Grandes Números, conhece-se que a variância de :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

é pequena quando $n \rightarrow \infty$, então a densidade $f_{\bar{X}}(\alpha)$, está concentrada nas proximidades do valor médio. Mas dita Lei não diz nada acerca da forma da densidade $f_{\bar{X}}(\alpha)$. A essência do Teorema do Limite Central diz que a $f_{\bar{X}}(\alpha)$ tende a uma curva de tipo normal, apesar das formas das $f_{X_i}(\alpha)$, quando :
 $i \rightarrow \infty$.

Variáveis Aleatórias de Tipo Contínuo : Supor que as v.a. X_i , são de tipo contínuo e independentes, tal que :

$$E\{X_i\} = \eta_i \quad \sigma_{X_i}^2 = \sigma_i^2$$

Se faz a soma das v.a. : $X = X_1 + \dots + X_n \implies$

$$\eta = \eta_1 + \dots + \eta_n \quad \sigma^2 = \sigma_1^2 + \dots + \sigma_n^2$$

e sua densidade está dada pela convolução (definida no ponto 2.4), das diferentes fdp :

$$f(\alpha) = f_1(\alpha) * f_2(\alpha) * \dots * f_n(\alpha)$$

(A-6)

O Teorema do limite central diz que sob certas condições gerais , $f(x)$ aproxima-se a uma curva normal quando n se incrementa .

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ - (x - \eta)^2 / 2 \cdot \sigma^2 \right\} \quad (A-7)$$

Se as densidades $f_i(x)$ estão concentradas nas proximidades de η_i , então $f(x)$ é quase a função normal , ainda para baixos valores de n .

Variáveis Aleatórias de Tipo Grade (Lattice) : Supor que cada v.a. da sequência X_1, \dots, X_n , é de tipo grade , tomando valores $b.k$ ($k = \dots, -1, 0, 1, \dots$), formando uma progressão aritmética . As fdp $f_i(x)$ são uma sequência de impulsos , e suas funções características $\Phi_i(\omega)$ (definidas no ponto 2.3) são periódicas , com período $2\pi/b$. A função característica da soma das X_i , esta dada por :

$$\Phi(\omega) = \Phi_1(\omega) \dots \Phi_n(\omega)$$

e também é periódica .

A fdp $f_X(x)$ é também do tipo grade, tomando valores nos pontos $b.k$.

A determinação das probabilidades $P [X=b.k]$, envolve uma grande quantidade de somas . Mas para um n grande , estas probabilidades são próximas as ordenadas da curva normal , com a mesma média η , e variância σ^2 que $f(x)$:

$$P [X= b.k] \rightarrow \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ - (x - \eta)^2 / 2 \cdot \sigma^2 \right\}$$

Em outras palavras $f(x)$ tende a uma seqüência de impulsos equidistantes $\delta(x-b_k)$, cuja envolvente é a curva normal.

$$f(x) \longrightarrow \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-(x - \eta)^2 / 2 \cdot \sigma^2\right\} \cdot \sum_k \delta(x-b_k) \quad (A-8)$$

Correção do Erro : Para um número finito de n , a estimação (A-7) da densidade $f(x)$ da soma de v.a. X , é só uma aproximação. Pode-se expressar o erro :

$$\varepsilon(x) = f(x) - \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-(x - \eta)^2 / 2 \cdot \sigma^2\right\} \quad (A-9)$$

como uma série, em termos dos Polinômios de Hermite.

APÊNDICE B

DADOS DO SISTEMA E RESULTADOS OBTIDOS MEDIANTE O
PROGRAMA DESENVOLVIDO .

B-1 DADOS do SISTEMA para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2

B-2 RESULTADOS para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2

B-3 DADOS do SISTEMA para o CASO BASE do ÍTEM 6.3

B-4 RESULTADOS para o CASO BASE do ÍTEM 6.3

B-5 DADOS do SISTEMA para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3
CONSIDERANDO UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO de ENERGIA

B-6 RESULTADOS para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3 CONSIDERANDO
UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO de ENERGIA

B-1 DADOS do SISTEMA para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2

NUMERO DE CUMULANTES = 4

COEFICIENTES DA CURVA ENTRADA-SAIDA E CUSTO
DOS DIFERENTES TIPOS DE UNIDADES GERADORAS

TIPO DE COMBUS.	ALFA0 (BTU/H)	ALFA1 (BTU/MWH)	ALFA2 (BTU/MWH.MW)	CUSTO (\$/BTU)
1	.1000E+01	.1000E+01	.1000E+01	.1000E+01
2	.1000E+02	.1000E+02	.1000E+02	.1000E+02

CUMULANTES DA CARGA

DIA	MES	CONTADOR	CUMCARG1	CUMCARG2	CUMCARG3	CUMCARG4
1	1	1	.60000E+04	.40000E+07	-.24000E+10	.96000E+12

DADOS DAS UNIDADES GERADORAS PARA O EXEMPLO 1

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR	UNIDADE	TIPO	TIPO	BLOCO	ESTADO	POTENCIA	DISPON.
I	NUMERO	COMBUS.	DISTR.	NUMERO	NUMERO	[MW]	[PU]
1	1	2	1	1	1	1000	.900
2	2	2	1	1	1	1000	.800
3	3	2	1	1	1	1000	.700
4	4	1	1	1	1	800	.900

DADOS DAS UNIDADES GERADORAS PARA O EXEMPLO 2

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR	UNIDADE	TIPO	TIPO	BLOCO	ESTADO	POTENCIA	DISPON.
I	NUMERO	COMBUS.	DISTR.	NUMERO	NUMERO	[MW]	[PU]
1	1	2	1	1	1	1000	.900
2	2	2	1	1	1	1000	.800
3	3	2	1	1	1	1000	.700
4	4	1	2	1	1	0	.080
5	4	1	2	1	2	600	.080
6	4	1	2	1	3	800	.840

DADOS DAS UNIDADES GERADORAS PARA O EXEMPLO 3

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR I	UNIDADE NUMERO	TIPO COMBUS.	TIPO DISTR.	BLOCO NUMERO	ESTADO NUMERO	POTENCIA [MW]	DISPON. [PU]
1	4	1	3	1	1	200	.900
2	1	2	1	1	1	1000	.900
3	2	2	1	1	1	1000	.800
4	3	2	1	1	1	1000	.700
5	4	1	3	2	1	800	.900

B-2 RESULTADOS para os EXEMPLOS do ÍTEM 6.2

RESULTADOS OBTIDOS PARA O EXEMPLO 1

CUMULANTES DAS UNIDADES TIPO 1

UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
1	1	.10000E+03	.90000E+05	.72000E+08	.41400E+11
2	1	.20000E+03	.16000E+06	.96000E+08	.64000E+10
3	1	.30000E+03	.21000E+06	.84000E+08	-.54600E+11
4	1	.80000E+02	.57600E+05	.36864E+08	.16957E+11

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO (GWH)	CUST. ENER BLOCO (\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
2	1	1	1	.895	.8945E+05	.895	.8945E+05
2	1	2	1	.785	.7832E+05	1.680	.1678E+06
2	1	3	1	.670	.6664E+05	2.350	.2344E+06
1	1	4	1	.667	.5299E+03	3.017	.2349E+06

CONCLUSÕES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 0.

POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 3800.

POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 0.

ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 6.000

ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 3.017

CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$)= .2349E+06

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -2.983

LOLP(3000 MW) = .94979E+00

LOLP(3800 MW) = .90791E+00

RESULTADOS OBTIDOS PARA O EXEMPLO 2CUMULANTES DAS UNIDADES TIPO 1

UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
1	1	.10000E+03	.90000E+05	.72000E+08	.41400E+11
2	1	.20000E+03	.16000E+06	.96000E+08	.64000E+10
3	1	.30000E+03	.21000E+06	.84000E+08	-.54600E+11

CUMULANTES DAS UNIDADES TIPO 2

UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
4	1	.80000E+02	.48000E+05	.29568E+08	.14638E+11

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO(GWH)	CUST. ENER BLOCO(\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
2	1	1	1	.895	.8945E+05	.895	.8945E+05
2	1	2	1	.785	.7832E+05	1.680	.1678E+06
2	1	3	1	.670	.6664E+05	2.350	.2344E+06
1	2	4	1	.667	.5301E+03	3.017	.2349E+06

CONCLUSÕES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 0.

POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 3800.

POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 0.

ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 6.000

ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 3.017

CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .2349E+06

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -2.983

LOLP(3000 MW) = .94979E+00

LOLP(3800 MW) = .90809E+00

RESULTADOS OBTIDOS PARA O EXEMPLO 3

CUMULANTES DAS UNIDADES TIPO 1

UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
1	1	.10000E+03	.90000E+05	.72000E+08	.41400E+11
2	1	.20000E+03	.16000E+06	.96000E+08	.64000E+10
3	1	.30000E+03	.21000E+06	.84000E+08	-.54600E+11

CUMULANTES DAS UNIDADES(BLOCOS) TIPO 3

UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
4	1	.20000E+02	.36000E+04	.57600E+06	.66240E+08
4	2	.80000E+02	.57600E+05	.36864E+08	.16957E+11

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO(GWH)	CUST. ENER BLOCO(\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
1	3	4	1	.180	.3608E+02	.180	.3608E+02
2	1	1	1	.892	.8918E+05	1.072	.8922E+05
2	1	2	1	.782	.7798E+05	1.854	.1672E+06
2	1	3	1	.665	.6606E+05	2.518	.2333E+06
1	3	4	2	.498	.4963E+03	3.016	.2337E+06

CONCLUSÕES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 0.
 POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 3800.
 POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 0.
 ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 6.000
 ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 3.016
 CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .2337E+06

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -2.984
 LOLP(0 MW) = .99658E+00
 LOLP(3200 MW) = .94037E+00

B-3 DADOS do SISTEMA para o CASO BASE do ÍTEM 6.3

TABELA CARGA-DURACAO

CARGA(PU)	PROBABILIDADE	POTENCIA PICO DA CARGA = 7652 [MW]
.0000	1.0000	
.4998	1.0000	
.5099	.9940	
.5328	.9583	
.5506	.9345	
.5668	.9166	
.5906	.8749	
.6108	.7975	
.6258	.7261	
.6519	.6963	
.6692	.6606	
.6904	.6249	
.7124	.5892	
.7325	.5356	
.7450	.4880	
.7711	.4761	
.7943	.4523	
.8126	.4463	
.8554	.4046	
.8720	.3808	
.8952	.3629	
.9110	.3391	
.9307	.2855	
.9504	.1784	
.9702	.0832	
.9830	.0177	
1.0000	.0000	

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR	UNIDADE	TIPO	TIPO	BLOCO	ESTADO	POTENCIA	DISPON.
I	NUMERO	COMBUS.	DISTR.	NUMERO	NUMERO	[MW]	[PU]
1	1	1	1	1	1	900	.800
2	2	1	1	1	1	850	.800
3	3	1	1	1	1	800	.800
4	4	2	1	1	1	750	.800
5	5	2	1	1	1	700	.800
6	6	2	1	1	1	650	.800
7	7	1	1	1	1	600	.800
8	8	1	1	1	1	600	.800
9	9	1	1	1	1	500	.800
10	10	2	1	1	1	450	.800
11	11	2	1	1	1	400	.800
12	12	2	1	1	1	350	.800
13	13	1	1	1	1	300	.800
14	14	1	1	1	1	300	.800
15	15	1	1	1	1	300	.800
16	16	1	1	1	1	150	.800

COEFICIENTES DA CURVA ENTRADA-SAIDA E CUSTO
DOS DIFERENTES TIPOS DE UNIDADES GERADORAS

TIPO DE COMBUS.	ALFA0 (BTU/H)	ALFA1 (BTU/MWH)	ALFA2 (BTU/MWH.MW)	CUSTO (\$/BTU)
1	.3120E+03	.7990E+01	.4200E-03	.5720E+00
2	.8670E+02	.8410E+01	.3300E-01	.5830E+00

B-4 RESULTADOS para o CASO BASE do ÍTEM 6.3

DIA	MES	CONTADOR	CUMULANTES DA CARGA			
			CUMCARG1	CUMCARG2	CUMCARG3	CUMUCARG4
1	1	1	.59934E+04	.14380E+07	-.71123E+09	-.29887E+13

		CUMULANTES DAS UNIDADES(BLOCOS) TIPO 1			
UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
1	1	.18000E+03	.12960E+06	.69984E+08	.41990E+10
2	1	.17000E+03	.11560E+06	.58956E+08	.33408E+10
3	1	.16000E+03	.10240E+06	.49152E+08	.26214E+10
4	1	.15000E+03	.90000E+05	.40500E+08	.20250E+10
5	1	.14000E+03	.78400E+05	.32928E+08	.15366E+10
6	1	.13000E+03	.67600E+05	.26364E+08	.11424E+10
7	1	.12000E+03	.57600E+05	.20736E+08	.82944E+09
8	1	.12000E+03	.57600E+05	.20736E+08	.82944E+09
9	1	.10000E+03	.40000E+05	.12000E+08	.40000E+09
10	1	.90000E+02	.32400E+05	.87480E+07	.26244E+09
11	1	.80000E+02	.25600E+05	.61440E+07	.16384E+09
12	1	.70000E+02	.19600E+05	.41160E+07	.96040E+08
13	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08
14	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08
15	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08
16	1	.30000E+02	.36000E+04	.32400E+06	.32400E+08

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO (GWH)	CUST. ENER BLOCO (\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
1	1	1	1	525.600	.2516E+04	525.600	.2516E+04
1	1	2	1	496.400	.2370E+04	1022.000	.4886E+04
1	1	3	1	467.200	.2225E+04	1489.200	.7111E+04
2	1	4	1	438.000	.8468E+04	1927.200	.1558E+05

*** UNIDADES CARREGADAS DESDE O KNEE DA CURVA ***							
2	1	5	1	407.362	.7457E+04	2334.562	.2304E+05
2	1	6	1	361.658	.6258E+04	2696.220	.2929E+05
1	1	7	1	316.289	.1491E+04	3012.509	.3078E+05
1	1	8	1	291.405	.1373E+04	3303.914	.3216E+05
1	1	9	1	219.523	.1029E+04	3523.438	.3319E+05
2	1	10	1	176.383	.2354E+04	3699.820	.3554E+05
2	1	11	1	138.537	.1717E+04	3838.357	.3726E+05
2	1	12	1	106.578	.1221E+04	3944.935	.3848E+05
1	1	13	1	80.375	.3730E+03	4025.310	.3885E+05
1	1	14	1	70.145	.3255E+03	4095.455	.3918E+05
1	1	15	1	60.208	.2794E+03	4155.663	.3946E+05
1	1	16	1	26.791	.1234E+03	4182.454	.3958E+05

CONCLUSOES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 7652.
 POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 8600.
 POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 0.
 ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 4375.181
 NUMERO DE CUMULANTES= 4
 ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 4182.454
 CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .3958E+05

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -192.727
 PROBABILIDADE DE PERDA DE CARGA= .29573E+00
 TEMPO DE CALCULO DO CUSTO(SEG) = 0.49

B-5 DADOS do SISTEMA para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3 CONSIDERANDO UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO de ENERGIA

OS DADOS DA CARGA E DO CUSTO DOS COMBUSTIVEIS SAO IGUAIS AO CASO BASE

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.S.L.E

CONTADOR	UNIDADE	TIPO	TIPO	BLOCO	ESTADO	POTENCIA	DISPON.
I	NUMERO	COMBUS.	DISTR.	NUMERO	NUMERO	[MW]	[PU]
1	1	1	1	1	1	900	.800
2	2	1	1	1	1	850	.800
3	4	2	1	1	1	750	.800
4	5	2	1	1	1	700	.800
5	6	2	1	1	1	650	.800
6	9	1	1	1	1	500	.800
7	11	2	1	1	1	400	.800
8	12	2	1	1	1	350	.800
9	16	1	1	1	1	150	.800

PILHA DE CARREGAMENTO DAS U.C.L.E

UNIDADE	ENERGIA ATRIBUIDA (GWH)	POTENCIA (MW)	DISPONIBILIDADE	TEMPO FUNCIONAMEN. (HS)
3	467.200	800	.800	.58400E+03
7	303.847	600	.800	.50641E+03
8	303.847	600	.800	.50641E+03
10	176.383	450	.800	.39196E+03
13	70.243	300	.800	.23414E+03
14	70.243	300	.800	.23414E+03
15	70.243	300	.800	.23414E+03

**B-6 RESULTADOS para o EXEMPLO do ÍTEM 6.3 CONSIDERANDO
UNIDADES COM e SEM LIMITAÇÃO DE ENERGIA**

			<u>CUMULANTES DA CARGA</u>			
DIA	MES	CONTADOR	CUMCARG1	CUMCARG2	CUMCARG3	CUMCARG4
1	1	1	.59934E+04	.14380E+07	-.71123E+09	-.29887E+13

		<u>CUMULANTES DAS UNIDADES(BLOCOS) TIPO 1</u>			
UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
1	1	.18000E+03	.12960E+06	.69984E+08	.41990E+10
2	1	.17000E+03	.11560E+06	.58956E+08	.33408E+10
4	1	.15000E+03	.90000E+05	.40500E+08	.20250E+10
5	1	.14000E+03	.78400E+05	.32928E+08	.15366E+10
6	1	.13000E+03	.67600E+05	.26364E+08	.11424E+10
9	1	.10000E+03	.40000E+05	.12000E+08	.40000E+09
11	1	.80000E+02	.25600E+05	.61440E+07	.16384E+09
12	1	.70000E+02	.19600E+05	.41160E+07	.96040E+08
16	1	.30000E+02	.36000E+04	.32400E+06	.32400E+07

		<u>CUMULANTES DAS UNIDADES(BLOCOS) TIPO 6</u>			
UNIDADE	BLOCO	CUMULAN1	CUMULAN2	CUMULAN3	CUMULAN4
3	1	.16000E+03	.10240E+06	.49152E+08	.26214E+10
7	1	.12000E+03	.57600E+05	.20736E+08	.82944E+09
8	1	.12000E+03	.57600E+05	.20736E+08	.82944E+09
10	1	.90000E+02	.32400E+05	.87480E+07	.26244E+09
13	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08
14	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08
15	1	.60000E+02	.14400E+05	.25920E+07	.51840E+08

TABELA ENERGIA-CUSTO

TIPO COMB	TIPO DIST	UNID	BLOCO	ENERGIA DO BLOCO(GWH)	CUST. ENER BLOCO(\$)	ENERGIA ACUM. (GWH)	CUST. ENER ACUM. (\$)
0	6	3	1	467.200	.0000E+00	467.200	.0000E+00
1	1	1	1	525.600	.2516E+04	992.800	.2516E+04
1	1	2	1	496.400	.2370E+04	1489.200	.4886E+04
2	1	4	1	438.000	.8468E+04	1927.200	.1335E+05

*** UNIDADES CARREGADAS DESDE O KNEE DA CURVA ***

2	1	5	1	407.362	.7457E+04	2334.562	.2081E+05
2	1	6	1	361.658	.6258E+04	2696.220	.2707E+05
0	7	7	1				
0	7	8	1	607.741	.0000E+00	3303.961	.2707E+05
1	1	9	1	219.523	.1029E+04	3523.484	.2810E+05
0	6	10	1	176.383	.0000E+00	3699.867	.2810E+05
2	1	11	1	138.537	.1717E+04	3838.404	.2981E+05
2	1	12	1	106.578	.1221E+04	3944.982	.3104E+05
0	7	13	1				
0	7	14	1				
0	7	15	1	210.757	.0000E+00	4155.739	.3104E+05
1	1	16	1	26.791	.1234E+03	4182.530	.3116E+05

CONCLUSOES (CURVA DE CARGA No. = 1)

POTENCIA DE PICO DA CARGA(MW)= 7652.
 POTENCIA TERMICA INSTALADA(MW)= 5250.
 POTENCIA HIDRO INSTALADA(MW)= 3350.
 ENERGIA DE DEMANDA ESPERADA(GWH)= 4375.181
 NUMERO DE CUMULANTES= 4
 ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(GWH)= 4182.530

CUSTO TOTAL DA ENERGIA DE GERACAO ESPERADA(\$) = .3116E+05

INDICES DE CONFIABILIDADE

DEFICIT DE ENERGIA ESPERADO(GWH)= -192.651
 PROBABILIDADE DE PERDA DE CARGA= .29573E+00

TEMPO DE CALCULO DO CUSTO(SEG) = 0.66